SUMBER BELAJAR PENUNJANG PLPG 2016

MATA PELAJARAN/PAKET KEAHLIAN

FISIKA

BAB II

PENJUMLAHAN VEKTOR

Prof. Dr. Susilo, M.S

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN

2016

BAB II

PENJUMLAHAN VEKTOR

1.2 Materi Pokok: Penjumlahan Vektor

a. Kompetensi Inti.
Menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu.

b. Kompetensi Dasar (KD)/Kelompok Kompetensi Dasar (KKD).
Menerapkan prinsip penjumlahan vektor (dengan pendekatan geometri)

c. **Uraian Materi Pembelajaran** (dilengkapi dengan contoh *problem solving)*.

Menentukan resultan sejumlah vektor

PENJUMLAHAN VEKTOR

Untuk keperluan penghitungan tertentu, kadangkadang sebuah **vektor** yang terletak dalam bidang koordinat sumbu *x* dan sumbu *y* harus diuraikan menjadi komponen-komponen yang saling tegak lurus (sumbu *x* dan sumbu *y*). Komponen ini merupakan nilai efektif dalam suatu arah yang diberikan. Cara menguraikan vektor seperti ini disebut **analisis**. Misalnya, vektor *A* membentuk sudut α terhadap sumbu *x* positif, maka komponen vektornya adalah:

$$\mathbf{A_x} = A \cos \alpha$$

$$\mathbf{A_y} = A \sin \alpha$$

Besar (nilai) vektor **A** dapat diketahui dari persamaan:

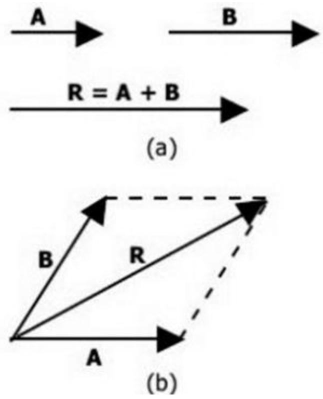
$$|A| = \sqrt{A_x^{\,2} + A_y^{\,2}}$$

Sementara itu, arah vektor ditentukan dengan persamaan:

$$\tan\alpha = \frac{A_y}{A_x}$$

Penjumlahan Vektor

Penjumlahan dua buah vektor ialah mencari sebuah vektor yang komponen-komponennya adalah jumlah dari kedua komponen-komponen vektor pembentuknya.



Gambar 2.1. Meenjumlahkan dua buah vektor.

Dengan kata lain untuk “menjumlahkan dua buah vektor”adalah “mencari resultan”. Untuk vektor-vektor segaris, misalnya vektor **A** dan **B** dalam posisi segaris dengan arah yang sama seperti tampak pada Gambar (a) berikut maka resultan (jumlah) vektor dituliskan:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

Pada kasus penjumlahan vektor yang lain, seperti yang ditunjukkan gambar (b) diatas terdapat dua vektor yang tidak segaris yang mempunyai titik pangkal sama tetapi dengan arah yang berbeda, sehingga membentuk sudut tertentu. Untuk vektor-vektor yang membentuk sudut á , maka jumlah vektor dapat dilukiskan dengan menggunakan metode tertentu. Cara ini disebut dengan **metode jajaran genjang**.

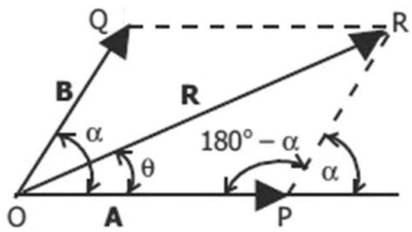
Cara melukiskan jumlah dua buah vektor dengan metode jajaran genjang sebagai berikut:

a. titik tangkap **A** dan **B** dibuat berimpit dengan memindahkan titik tangkap **A** ke titik tangkap **B**, atau sebaliknya;

b. buat jajaran genjang dengan **A** dan **B** sebagai sisi-sisinya;

c. tarik diagonal dari titik tangkap sekutu, maka **A** + **B** = **R** adalah diagonal jajaran genjang.

Metode Jajaran Genjang Untuk Penjumlahan Vektor



Gambar 2.2. Penjumlahan dua vektor.

Gambar diatas menunjukkan penjumlahan dua vektor **A** dan **B**. Dengan menggunakan persamaan tertentu, dapat diketahui besar dan arah resultan kedua vektor tersebut. Persamaan tersebut diperoleh dengan menerapkan aturan cosinus pada segitiga *OPR*, sehingga dihasilkan:

$(OR)^2 = (OP)^2 + (PR)^2 - 2\,(OP)(PR)\cos(180^o - \alpha)$

$(OR)^2 = (OP)^2 + (PR)^2 - 2\,(OP)(PR)(-\cos\alpha)$

$(OR)^2 = (OP)^2 + (PR)^2 + 2\,(OP)(PR)\cos\alpha$

Diketahui bahwa *OP* = **A**, *PR* = *OQ* = **B**, *OR* = **R**, sehingga:

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\alpha$$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\alpha}$$

R adalah diagonal panjang jajaran genjang, jika α lancip. Sementara itu, α adalah sudut terkecil yang dibentuk oleh **A** dan **B**.

Sebuah vektor mempunyai besar dan arah. Jadi setelah mengetahui besarnya, kita perlu menentukan arah dan resultan vektor tersebut. Arah **R** dapat ditentukan oleh sudut antara**R** dan **A** atau **R** dan **B**.

Misalnya sudut θ merupakan sudut yang dibentuk **R** dan **A**, maka dengan menggunakan aturan sinus pada segitiga *OPR* akan diperoleh:

$$\frac{R}{\sin(180 - \alpha)} = \frac{B}{\sin\theta} = \frac{R}{\sin\alpha}$$

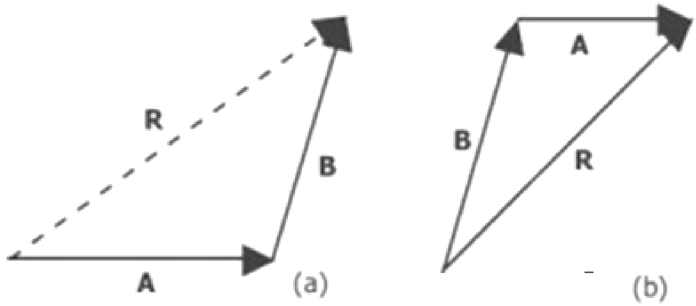
$$\frac{R}{\sin\alpha} = \frac{B}{\sin\theta}$$

Sehingga :

$$\sin\theta = \frac{B\sin\alpha}{R}$$

Dengan menggunakan persamaan tersebut, maka besar sudut θ dapat diketahui.

Metode Segitiga Untuk Penjumlahan Vektor



Gambar 2.3. Metode segitiga dalam menjumlah dua vektor

Metode segitiga merupakan cara lain untuk menjumlahkan dua vektor, selain metode jajaran genjang. Dua buah vektor **A** dan **B**, yang pergerakannya ditunjukkan metode segitia 2.3.a diatas, akan mempunyai resultan yang persamaannya dituliskan:

R = A + B

Resultan dua vektor akan diperoleh dengan menempatkan pangkal vektor yang kedua pada ujung vektor pertama. Resultan vektor tersebut diperoleh dengan menghubungkan titik pangkal vektor pertama dengan ujung vektor kedua.

Pada metode segitiga 2.3.b diatas pergerakan dimulai dengan vektor **B** dilanjutkan dengan**A**, sehingga diperoleh persamaan:

R = B + A

Jadi,

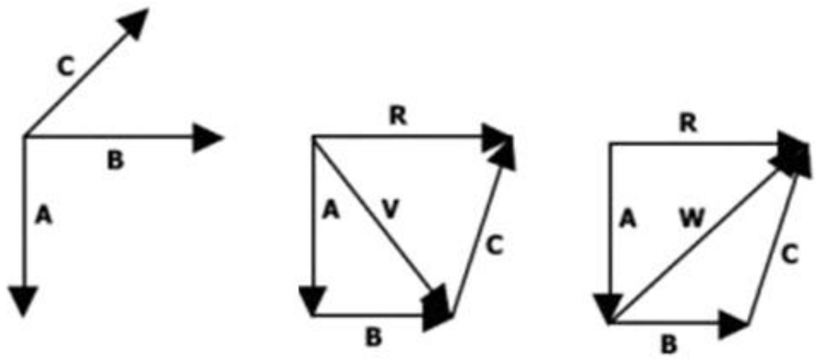
A + B = B + A

Hasil yang diperoleh ternyata tidak berubah. Jadi, dapat disimpulkan bahwa penjumlahan vektor bersifat komutatif. Tahapan-tahapan penjumlahan vektor dengan metode segitiga adalah sebagai berikut:

a) pindahkan titik tangkap salah satu vektor ke ujung berikutnya,

b) hubungkan titik tangkap vektor pertama ke ujung vektor kedua yang menunjukkan resultan kedua vektor tersebut,

c) besar dan arah R dicari dengan aturan cosinus dan sinus.



Gambar 2.4. Menjumlahkan tiga buah vektor

Jika penjumlahan lebih dari dua buah vektor, maka dijumlahkan dulu dua buah vektor, resultannya dijumlahkan dengan vektor ke-3 dan seterusnya. Misalnya, penjumlahan tiga buah vektor **A**, **B**, dan **C** yang ditunjukkan pada penjumlahan lebih dari 2 vektor berikut.

Penjumlahan 2 Vektor

Pertama-tama kita jumlahkan vektor **A** dan **B** yang akan menghasilkan vektor **V**. Selanjutnya, vektor **V** tersebut dijumlahkan dengan vektor **C** sehingga dihasilkan resultan**R**, yang dituliskan:

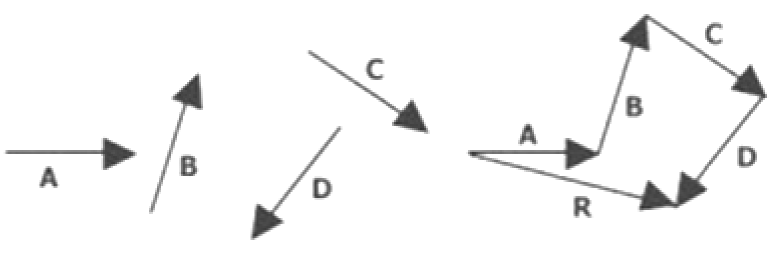
$$\mathbf{R = (A + B) + C = V + C}$$

Cara lain yaitu dengan menjumlahkan vektor **B** dan **C** untuk menghasilkan **W**, yang kemudian dijumlahkan dengan vektor **A**, sehingga diperoleh resultan **R**, yaitu:

$$\mathbf{R = A + (B + C) = A + W}$$

Jika banyak vektor, maka penjumlahan vektor dilakukan dengan menggunakan **metode poligon** (segi banyak) seperti berikut.

Metode Poligon Untuk Penjumlahan Vektor



Gambar 2.5. Menjumlahkan vektor degan metode poligon

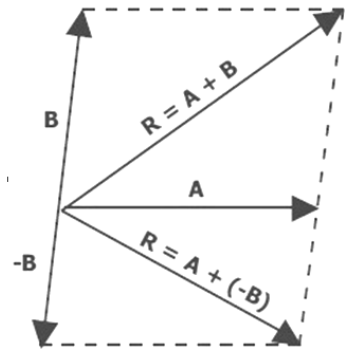
Pengurangan Vektor

<u>Pengurangan vektor</u> pada prinsipnya sama dengan penjumlahan, tetapi dalam hal ini salah satu vektor mempunyai arah yang berlawanan. Misalnya, vektor **A** dan **B**, jika dikurangkan maka:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

Di mana, –**B** adalah vektor yang sama dengan **B**, tetapi berlawanan arah.

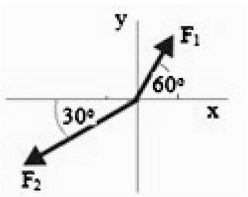
Selisih Vektor A-B



Gambar 2.6. Pengurangan vektor

Contoh Soal

1. F_1 = 6 N, F_2 = 10 N. Resultan kedua vektor gaya adalah…



Pembahasan

$F_{1x} = F_1 \cos 60^o = (6)(0,5) = 3$ N (positif karena searah x positif)

$F_{2x} = F_2 \cos 30^o = (10)(0,5\sqrt{3}) = 5\sqrt{3} = (5)(1,372) = -8,66$ N (negatif karena searah x negatif)

$F_{1y} = F_1 \sin 60^o = (6)(0,5\sqrt{3}) = 3\sqrt{3} = (3)(1,372) = 4,116$ N (positif karena searah y positif)

$F_{2y} = F_2 \sin 30^o = (10)(0,5) = -5$ N (negatif karena searah y negatif)

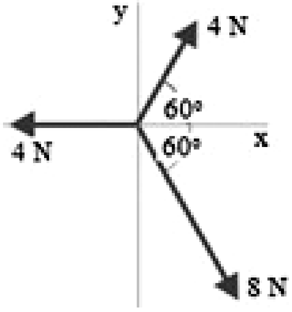
$F_x = F_{1x} – F_{2x} = 3 – 8,66 = -5,66$ N

$F_y = F_{1y} – F_{2y} = 4,116 – 5 = -0,884$ N

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-5{,}66)^2 + (-0{,}884)^2}$$
$$R = \sqrt{32 + 0{,}78} = \sqrt{32{,}78}$$
$$R = 5{,}7 \text{ N}$$

Resultan vektor adalah 5,7 N.

2. F_1 = 4 N, F_2 = 4 N, F_3 = 8 N. Resultan ketiga vektor gaya adalah…



Pembahasan

$F_{1x} = F_1 \cos 60^o = (4)(0{,}5) = 2$ N (positif karena searah x positif)

$F_{2x} = -4$ N (negatif karena searah x negatif)

$F_{3x} = F_3 \cos 60^o = (8)(0{,}5) = 4$ N (positif karena searah x positif)

$F_{1y} = F_1 \sin 60^o = (4)(0{,}5\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$ N (positif karena searah y positif)

$F_{2y} = 0$

$F_{3y} = F_3 \sin 60^o = (8)(0{,}5\sqrt{3}) = -4\sqrt{3}$ N (negatif karena searah y negatif)

$F_x = F_{1x} – F_{2x} + F_{3x} = 2 – 4 + 4 = 2$ N

$F_y = F_{1y} + F_{2y} – F_{3y} = 2\sqrt{3} + 0 – 4\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$ N

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (-2\sqrt{3})^2}$$
$$R = \sqrt{4 + (4)(3)} = \sqrt{4 + 12} = \sqrt{16}$$
$$R = 4 \text{ N}$$

Resultan vektor adalah 4 N.

d. Referensi (penulisan mengacu APA).