

SUMBER BELAJAR PENUNJANG PLPG 2016

MATA PELAJARAN/PAKET KEAHLIAN

MATEMATIKA

BAB IX

SEJARAH DAN FILSAFAT MATEMATIKA



Dr. Djadir, M.Pd.

Dr. Ilham Minggu, M.Pd.

Ja'faruddin, S.Pd.,M.Pd.

Ahmad Zaki, S.Si, M.Si.

Sahlan, S.Si.,M.Sc.

**KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN**

2016

BAB IX

SEJARAH DAN FILSAFAT MATEMATIKA

A. Kompetensi Inti Guru (KI)

Menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu

B. Kompetensi Guru Mata Pelajaran

Menjelaskan sejarah dan filsafat matematika

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

Menggunakan karakteristik matematika di sekolah.

D. Materi Pembelajaran

1. Mengapa Guru Matematika Harus paham Sejarah Matematika

Bangsa yang besar adalah bangsa yang menghargai sejarah dan belajar dari sejarah. Begitu pula dengan guru matematika. Guru yang hebat adalah guru yang menghargai sejarah matematika dan menggunakannya untuk kepentingan peningkatan kemajuan pendidikan khususnya dalam matematika.

Banyak guru matematika yang tidak terlalu memperdulikan bagaimana sejarah matematika. Pada hal sejarah adalah guru yang baik untuk mengajarkan kita bagaimana perjuangan yang panjang dalam menemukan konsep matematika. Bagaimana proses berfikir para ahli dalam memahami fenomena alam yang kemudian diwujudkan dalam bentuk fakta, konsep atau hukum-hukum dalam matematika.

Pelajaran dari para ahli matematika akan menjadi pelajaran besar bagi para guru dalam membuat siswa-siswa dalam belajar matematika. Inspirasi dari para matematikawan dunia dapat menjadi motivasi bagi siswa dan siswi di sekolah. Beberapa ahli seperti Fauvel dalam Sahara(2013) menyebutkan bahwa:

- a. Sejarah dapat menjadi materi yang dapat diajarkan di sekolah yang dapat memotivasi siswa. Banyak nilai-nilai yang dapat diperoleh siswa dan siswi dalam mempelajari sejarah matematika seperti pantang menyerah serta berfikir kritis dan kreatif.

- b. Sejarah matematika sebagai konteks materi pelajaran yang berarti bahwa guru dapat mengambil masalah –masalah yang telah diselesaikan oleh para ahli matematika yang disajikan secara menarik dan akan diselesaikan oleh pelajar. Hal ini sangat menarik karena selain siswa dapat menggunakan kemampuan *problem solves*, siswa juga dalam merasakan bagaimana emosi dari para matematikawan pada saat menyelesaikan masalah tersebut.
- c. Sejarah matematika dapat menjadi sumber strategi pembelajaran. Guru dapat belajar dari sejarah matematika dan menggunakan ide dari proses penemuan tersebut menjadi suatu strategi belajar mengajar yang menarik dan memotivasi siswa.

Jika guru dapat memanfaatkan sejarah matematika dalam proses pembelajaran, akan berpengaruh positif terhadap mental dan skill siswa. Para Ahli (Janvis, Swets, Fauvel dalam Sahara (2013)) mengungkapkan setidaknya ada tiga dimensi besar pengaruh positif sejarah dalam pembelajaran.

 - a. Kemampuan penyelesaian masalah: memacu keterampilan menata informasi, menafsirkan secara kritis berbagai anggapan dan hipotesis, menulis secara koheren, mempresentasikan kerja, dan menempatkan suatu konsep pada level yang berbeda. mempertajam ketrampilan *problem solving*, yang menjadi dasar untuk pemahaman yang lebih baik, membantu siswa membuat hubungan-hubungan matematika, dan membuat adanya interaksi antara matematika dengan lingkungan social.
 - b. Motivasi dan antusiasme: sejarah matematika memberikan sisi aktivitas sehingga menumbuhkan antusiasme dan motivasi siswa. selain itu belajar dari sejarah juga akan mengurangi ketakutan siswa terhadap matematika dengan memahami fakta bahwa matematika adalah karya manusia dan para matematikawan tersebut berjuang untuk dapat menemukannya.
 - c. Pedagogis: perspektif sejarah dan perspektif matematika (struktur modern) saling melengkapi untuk memberikan gambaran yang jelas dan menyeluruh tentang konsep dan teorema, serta bagaimana konsep-konsep saling berkaitan yang dapat memberikan guru inspirasi tentang bagaimana merancang pembelajaran yang lebih baik. Sejarah dapat memberi perspektif dan wawasan baru pada materi

pembelajaran, bahkan memberi petunjuk bagi permasalahan yang mungkin dihadapi siswa saat mempelajari topik-topik tertentu. Sejarah memungkinkan siswa dan guru untuk berpikir dan berbicara tentang matematika dengan lebih bermakna. Sejarah mematahkan mitos tentang matematika dengan menunjukkan bahwa matematika adalah hasil karya manusia. Sejarah memperkaya kurikulum matematika. Ia memperdalam dan memperluas pengetahuan yang dibangun siswa di kelas matematika.

Bercermin dari sejarah, maka guru dapat memanfaatkannya dalam pembelajaran yang nyata di dalam kelas. Berikut ini adalah saran pengintegrasian sejarah dalam pembelajaran yang disarikan dari beberapa tulisan (sahara, 2013):

1. **Menceritakan sejarah para matematikawan dalam menemukan konsep matematika.** Pada saat pembelajaran baru dimulai atau dalam setiap sesi pembelajaran yang tepat, Guru dapat memanfaatkan nilai-nilai positif dari sejarah matematika, seperti semangat para matematikawan dan kisah hidupnya yang menarik, kegunaan matematika di berbagai bidang ilmu, serta persoalan-persoalan yang menarik dari sejarah matematika, semisal tentang teka-teki dan permainan. Penggunaan cerita menyenangkan tersebut dapat menginspirasi siswa dengan sentuhan cerita yang menyenangkan, membawa siswa pada cerita penemuan-penemuan matematika dan kebudayaan masa lalu. menyebutkan atau menceritakan tentang matematikawan pada zaman dahulu secara menyenangkan serta menyediakan pengantar sejarah untuk konsep-konsep yang baru bagi siswa.
2. **Menggunakan content masalah dalam sejarah matematika sebagai masalah matematika yang diberikan kepada siswa.** Banyak masalah-masalah matematika yang telah diselesaikan oleh para ahli sangat erat kaitannya dengan masalah matematika yang dipelajari oleh siswa. hal ini dapat dimanfaatkan oleh guru untuk menciptakan kegiatan pembelajaran yang memotivasi dan meningkatkan kemampuan berfikir tingkat tinggi. Misalnya terkait teka-teki Thales mengukur tinggi piramid atau mengukur jarak kapal, sejarah ali 3-4-5 di Mesir, saringan *erasthones* untuk menemukan bilangan

prima, sejarah *Lou-Shu* dari Cina dalam bentuk bujur sangkar ajaib, penemuan pecahan decimal oleh *al-Kasyi*, penggunaan Batang Napier dalam konsep perhitungan (perkalian), penggunaan sifat bilangan 9 dari al-Khowarizmi, dan sebagainya. Guru juga dapat menjelaskan materi secara detail dengan menceritakan kepada siswa sejarah materi tersebut, bagaimana matematikawan menemukannya hingga menjadi konten matematika yang dipelajari saat ini.

3. **Guru dapat menggunakan Sejarah matematika sebagai aktivitas pelengkap.** Guru dapat membuat aktifitas yang menyenangkan yang merupakan kegiatan tambahan bagi siswa seperti melengkapi latihan-latihan di kelas atau di rumah dengan menggunakan tulisan-tulisan matematika dari zaman dahulu, aktivitas drama langsung dengan kegiatan refleksi interaksi matematika. memacu kreasi tampilan poster atau proyek lain dengan topik-topik sejarah.
4. **Guru dapat menggunakan sejarah matematika sebagai salah satu strategi pembelajaran dalam mengenalkan konsep matematika.** Menggunakan masalah-masalah dari soal pada sejarah matematika yang telah diselesaikan oleh para ahli yang dapat digunakan oleh guru sebagai alternative pembelajaran. Dapat berupa mengeksplorasi miskonsepsi, kesalahan, atau pandangan lain pada zaman dahulu untuk membantu pemahaman dan penyelesaian kembali akan kesulitan kesulitan yang dijumpai oleh siswa pada masa sekarang. Siswa juga dapat diberikan kesempatan untuk membaca sejarah matematika kemudian diberikan kesempatan untuk mendiskusikan tentang bagaimana strategi para ahli dalam memecahkan suatu masalah.

2. Sejarah Matematika

Ada beberapa pendapat tentang pertama kalinya digunakan matematika. Aristoteles berpendapat dimulai oleh kelompok pemimpin kepercayaan di Mesir. Pendapat lain oleh Herodotus yang menyatakan bahwa matematika dalam hal ini geometri tercipta karena masalah pengukuran kembali luas lahan akibat banjir tahunan sungai nil. Kemudian muncullah

matematikawan mesir yang bernama Democritus yang menjadi “pengukur tali” . (W. S. Angling, 1994, P 1). Sebagaimana besar teori yang disusun berdasarkan modul yang disusun oleh




1. Konsep dan Sistem Angka dan Bilangan

a. Asal-usul Bilangan

Ribuan tahun yang lalu tidak ada nomor untuk mewakili bilangan-bilangan. Sebaliknya jari, batu, tongkat atau mata digunakan untuk mewakili angka. Matahari dan bulan yang digunakan untuk membedakan waktu. Kebanyakan peradaban tidak memiliki kata-kata untuk angka yang lebih besar dari dua sehingga mereka harus menggunakan symbol-simbol sederhana yang disepakati seperti kawanan domba, tumpukan biji-bijian, atau banyak orang. Kebutuhan akan penggunaan angka terjadi pada saat terjadi klompok besar seperti desa dan permukiman dan mulai sistem barter dan perdagangan yang pada gilirannya menciptakan permintaan untuk mata uang. Masyarakat pada saat itu mulai kewalahan untuk membicarakan bilangan-bilangan yang besar. Kertas dan pensil tidak tersedia untuk menuliskan angka.

Metode lain diciptakan untuk sarana komunikasi dan pengajaran dengan menggunakan system bilangan sederhana . Masyarakat Babilonia menggunakan nomor yang dicap di tanah liat dengan menggunakan tongkat dan dilukis pada tembikar. System bilangannya masih menggunakan symbol, bukan angka. sistem numerik dirancang simbol yang digunakan bukan angka. Misalnya, orang Mesir menggunakan simbol numerik sebagai berikut:

I	10	100	1,000
I	∩	☉	🌸
Stroke	Arch	Coiled Rope	Lotus Flower

10,000	100,000	1,000,000
		
Pointed Finger	Tadpole	Surprised Man

Sumber: <http://www.math.wichita.edu/history/topics/num-sys.html#sense>

Cina memiliki salah satu sistem tertua angka yang didasarkan pada tongkat diletakkan di atas meja untuk mewakili perhitungan. Ini adalah sebagai berikut:

I	II	III	IIII	IIIII	⊥	⊥	⊥	⊥
1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	==	≡	≡	≡	⊥	⊥	⊥	⊥
10	20	30	40	50	60	70	80	90

Sumber: <http://www.math.wichita.edu/history/topics/num-sys.html#sense>

Dari sekitar 450 SM, Yunani memiliki beberapa cara untuk menulis angka mereka, cara yang paling umum adalah menggunakan sepuluh huruf pertama dalam alfabet mereka untuk mewakili sepuluh angka pertama. Untuk membedakan antara angka dan huruf mereka sering ditempatkan tanda (/ atau) oleh masing-masing huruf:

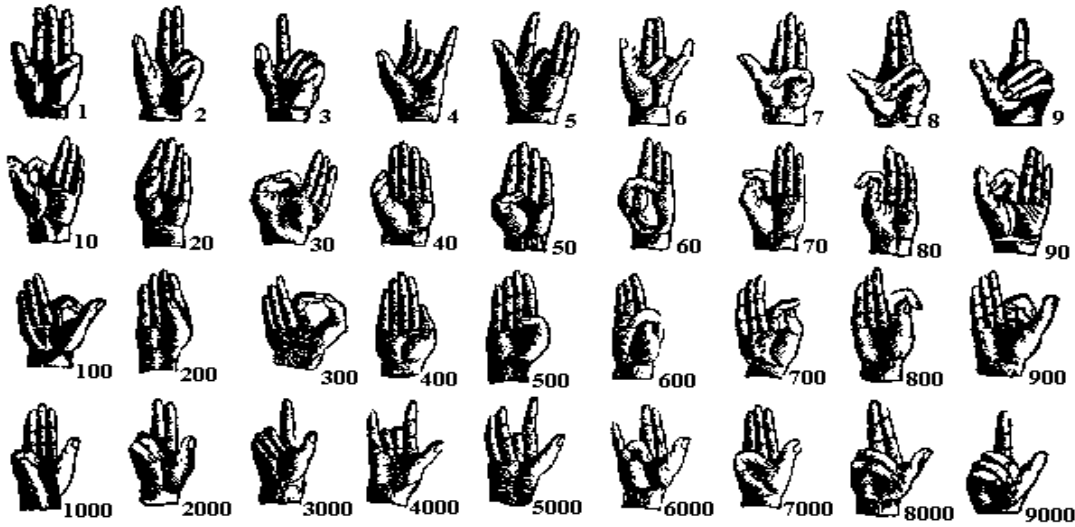
A' B' Γ' Δ' E' F' Z' H' Θ'

(Sumber: <http://www.math.wichita.edu/history/topics/num-sys.html#sense>)

Sistem numerik Romawi masih digunakan saat ini meskipun simbol telah berubah dari waktu ke waktu. Orang-orang Romawi sering menulis empat sebagai IIII bukan IV, I dari V. Hari ini angka Romawi digunakan untuk mewakili bab numerik dari buku atau untuk divisi utama garis. Bentuk paling awal dari nilai-nilai angka Romawi adalah:

I V X L C D M
 1 5 10 50 100 500 1000

Angka jari yang digunakan oleh orang Yunani kuno, Romawi, Eropa Abad Pertengahan, dan kemudian Asiatik masih digunakan oleh anak kita sekarang ini. Sistem lama adalah sebagai berikut:



FINGER SYMBOLS
 (From a manual published in 1520)

(Sumber:

<http://www.math.wichita.edu/history/topics/num-sys.html#sense>)

Dari penghitungan dengan dengan memadamkan banyaknya jari dengan banyaknya ternak dan menjadi simbol bilangan jari yang kemudian berkembang ke angka Hindu untuk menyajikan banyaknya hari . perkembangan bilangan sejak 2400 SM sampai sekarang hari ini masih menggunakan beberapa sistem numerik dan simbol Kuno. Berikut ini adalah evolusi bilangan dari zaman kuni ke symbol angka Hindu –Arab.

Sanscrit letters of the 11. Century A.D.	ॐ	३	४	५	६	७	८	९	०
Apices of Boethius and of the Middle Ages	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Gubar-numerals of the West Arabs	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Numerals of the East Arabs	1	۲	۳	۴ or ۵ or ۶	۵ or ۶ or ۷	۷	۸	۹	۰

Numerals of Maximus Planudes.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Devangari-numerals.	१	२	३	४	५	६	७	८	९	०
From the <i>Mirror of the World</i> , printed by Caxton, 1480	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
From the Bamberg Arithmetic by Wagner, 1488.	1	2	3 ^{or} 3	4 ^{or} 4	5 ^{or} 5	6	7 ^{or} 7	8	9	0
From <i>De Arts Supp-urtandi</i> by Tonstall, 1522	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

(Sumber: <http://www.math.wichita.edu/history/topics/num-sys.html#sense>)

Bagan ini menunjukkan perubahan angka dari kuno mereka ke bentuk mereka saat ini.

b. Angka Hindu-Arab

Sejarah matematika tidak pernah lepas dari sejarah bilangan. Bilangan telah digunakan sejak 3000 tahun sebelum masehi. Dalam sejarah, matematika pertama kali di gunakan di Mesir dan Babylonia. Hal ini diperkuat dengan ditemukannya bukti-bukti berupa table.



Gambar 1. Tablet yang berisi bilangan dari jaman Babylonia 2050 SM

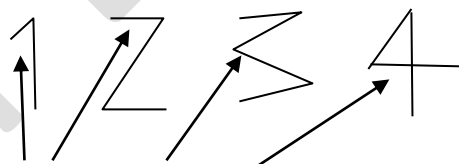
(sumber: Hodgkin L, 2005 p 15)

Seiring dengan berkembangnya waktu dan ilmu pengetahuan, manusia menemukan teknik praktis untuk merepresntasikan angka diatas kertas mulai dari zaman babylonia dan Mesir, china, Hindu dan Islam sampai pada zaman modern. Ada banyak system angka yang telah digunakan dalam sejarah manusia. Namun para ilmuwan mengakui bahwa system angka Arab-Hindu dianggap yang paling praktis dalam penggunaannya dan diterima secara internasional.

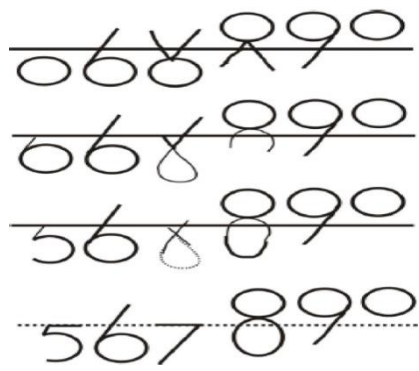
Angka Hindu-Arab pada awalnya lahir dan digunakan di India yang kemudian di tanah Arab. Para matematikawan Islam kemudian menggunakan dan mengembangkannya. Selain itu, mereka kemudian melakukan riset terhadap matematika yang konstribusinya sangat besar terhadap perkembangan matematika modern.

Sebelum angka Hindu-Arab, lambang bilangan hanya dari 1- 9. Angka. Al Khowarizmi memperkenalkan angka nol dan menggunakan dalam perhitungan yang la sebut *sifr* yang dalam bahasa yang artinya kosong atau tak berpenghuni

Ilustrasi dari pembentukan angka hindu arab dapat di jelaskan sebagai berikut. Angka 1, 2, 3, 4 diperoleh dengan membuat sudut yang terbentuk oleh garis/kurva yang dibuat. Sedangkan untuk angka 5 sampai 10 menggunakan simbol tangan dengan tangan meggenggam di bawah adalah 5 dan menggenggam di atas adalah 10, maka 6 adalah 5 dan 1 jari terangkat, 7 adalah 5 dengan 2 jari, 8 adalah 10 dikurangi 2 jari, 9 adalah 10 dikurangi 1. Gambaran pembentukan angka tersebut dapat dilihat pada Gambar 2 dan Gambar 3. (Angga K &Sapon, 2016)





Gambar 2: Banyaknya sudut kurva menunjukkan angkanya




Gambar 3.: Pembentukan Angka 5,6,7,8,9,10

Bilangan Pecahan

Dalam sejarah tercatat bahwa Mesir kuno memiliki pemahaman pecahan, namun mereka tidak menulis pecahan sederhana seperti $3/5$ atau $4/9$ karena pembatasan dalam notasi. Juru tulis Mesir menulis pecahan dengan pembilang dari 1. Mereka menggunakan tulisan rahasia  "mulut terbuka" di atas angka untuk menunjukkan timbal balik nya. Nomor

5, ditulis , sebagai fraksi $1/5$ akan ditulis .

Ada beberapa pengecualian. Ada tulisan rahasia khusus untuk $2/3$,  dan beberapa bukti bahwa $3/4$ juga memiliki tulisan rahasia khusus. Semua fraksi lain ditulis sebagai jumlah unit pecahan. Misalnya $3/8$ ditulis sebagai $1/4 + 1/8$. Mesir memiliki kebutuhan untuk pecahan, seperti pembagian makanan, persediaan, baik sama atau dalam rasio tertentu. Misalnya sebuah divisi dari 3 roti di antara 5 orang akan membutuhkan fraksi $3/5$. Seperti situasi baru muncul orang Mesir mengembangkan teknik khusus untuk berurusan dengan notasi mereka sudah punya, yang berarti fraksi itu dinyatakan sebagai jumlah dari fraksi satuan. Hari ini sebagai konsep baru muncul, matematikawan menyusun notasi n baru untuk menangani situasi.

Fraksi begitu penting untuk orang Mesir bahwa dari 87 masalah dalam Rhind Mathematical Papyrus hanya enam tidak melibatkan fraksi. Karena Mesir dilakukan perkalian dan pembagian mereka dengan menggandakan dan mengurangi separuh, itu perlu untuk dapat menggandakan pecahan. Ahli-ahli Taurat akan membuat tabel dengan perhitungan fraksi








bersama dengan bilangan bulat. Tabel ini akan digunakan sebagai referensi sehingga personel candi bisa melaksanakan divisi pecahan pada makanan dan persediaan.

Nomor Sistem Mesir

Mesir kuno meninggalkan banyak bukti tentang matematika dan penggunaannya. Bukti-bukti tersebut tersebar pada batu, dinding bangunan, tembikar, plat batu serta serat papyrus.. Bahasa ini terdiri dari heiroglyphs, tanda-tanda bergambar yang mewakili orang, hewan, tumbuhan, dan angka.

Orang Mesir menggunakan penomoran tertulis yang diubah ke dalam tulisan hieroglif, yang memungkinkan mereka untuk dicatat nomor keseluruhan untuk 1.000.000. Ini memiliki basis desimal dan memungkinkan untuk prinsip aditif. Dalam notasi ini ada tanda khusus untuk setiap kekuatan sepuluh. Untuk saya, garis vertikal; 10, tanda dengan bentuk terbalik U; untuk 100, tali spiral; untuk 1000, bunga teratai; untuk 10.000, jari mengangkat, sedikit ditekuk; 100.000, berudu; dan untuk 1.000.000, jin berlutut dengan tangan terangkat.

Berikut ini adalah system bilangan pada Mesir Kuno

Decimal Number	Egyptian Symbol	
1 =		Staf
10 =		Tulang tumit
100 =		Gulungan Tali
1000 =		Bunga teratai
10,000 =		Jari telunjuk
100,000 =		Kecebong
1,000,000 =		Orang yang Heran

Sumber: <http://www.math.wichita.edu/history/topics/num-sys.html#sense>

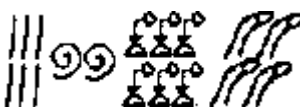
penomoran hieroglif ini adalah versi ditulis dari sistem penghitungan beton menggunakan benda-benda material. Untuk mewakili angka, tanda untuk setiap pesanan desimal diulang sebanyak yang diperlukan. Untuk membuatnya lebih mudah untuk membaca tanda-tanda mengulangi mereka ditempatkan dalam kelompok dua, tiga, atau empat dan disusun secara vertikal.

Contoh

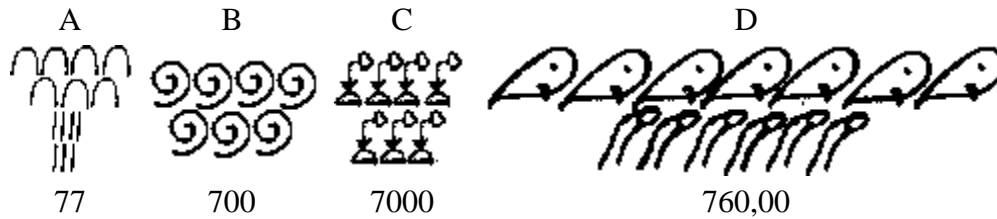
1 =		10 =	∩	100 =	☉	1000 =	☉ ⁰
2 =		20 =	∩∩	200 =	☉☉	2000 =	☉ ⁰ ☉ ⁰
3 =		30 =	∩∩∩	300 =	☉☉☉	3000 =	☉ ⁰ ☉ ⁰ ☉ ⁰
4 =		40 =	∩∩∩∩	400 =	☉☉☉☉	4000 =	☉ ⁰ ☉ ⁰ ☉ ⁰ ☉ ⁰
5 =		50 =	∩∩∩∩∩	500 =	☉☉☉☉☉	5000 =	☉ ⁰ ☉ ⁰ ☉ ⁰ ☉ ⁰ ☉ ⁰

Dalam menulis angka, urutan desimal terbesar akan tertulis pertama. Angka-angka yang ditulis dari kanan ke kiri.

Contoh

46.206 = 

Berikut ini adalah beberapa contoh yang ditemukan pada makam kuno.



Sistem Bilangan Yunani Kuno

Sistem penomoran Yunani secara unik berdasarkan abjad mereka. Alfabet Yunani berasal dari Fenisia sekitar 900 SM. Ketika Fenisia diciptakan alfabet, itu berisi sekitar 600 simbol. Simbol-simbol mengambil terlalu banyak ruang, sehingga mereka akhirnya mempersempit ke 22 simbol. Orang Yunani meminjam beberapa simbol dan membuat beberapa dari mereka sendiri. Namun Yunani adalah orang-orang pertama yang memiliki simbol terpisah, atau surat, untuk mewakili suara vokal. Kata kita sendiri "alfabet" berasal dari dua huruf pertama, atau angka dari alfabet Yunani - "alpha" dan "beta". Menggunakan huruf abjad mereka memungkinkan mereka untuk menggunakan simbol-simbol ini dalam versi yang lebih kental dari sistem lama mereka, yang disebut Attic. Sistem Attic mirip dengan bentuk lain dari penomoran sistem di masa itu. Hal ini didasarkan pada simbol berbaris di baris dan mengambil banyak ruang untuk menulis. Ini mungkin tidak buruk, kecuali bahwa mereka masih ukiran menjadi tablet batu, dan simbol-simbol alfabet memungkinkan mereka untuk cap nilai pada koin dalam lebih kecil, versi yang lebih kental.

Attic symbols

Γ ^α	=	500
Η	=	100
Δ	=	10
Γ	=	5
Ι	=	1

Sumber: <http://www.math.wichita.edu/history/topics/num-sys.html#>

Sebagai contoh, $\text{I}^{\text{P}}\text{HHH}\Delta\Delta\Delta\Delta\Gamma\text{III}$ mewakili bilangan 849

Alfabet Yunani asli terdiri dari 27 huruf dan ditulis dari kiri ke kanan. Ini 27 huruf membuat utama 27 simbol yang digunakan dalam sistem penomoran mereka. simbol kemudian khusus, yang digunakan hanya untuk vau matematika, Koppa, dan sampi, menjadi punah. Alfabet Yunani Modern saat ini hanya menggunakan 24 huruf.

Tabel 1. Alfabet Yunani Kuno

1	α	alpha	10	ι	iota	100	ρ	rho
2	β	beta	20	κ	kappa	200	σ	sigma
3	γ	gamma	30	λ	lambda	300	τ	tau
4	δ	delta	40	μ	mu	400	υ	upsilon
5	ϵ	epsilon	50	ν	nu	500	ϕ	phi
6	ζ	vau*	60	ξ	xi	600	χ	chi
7	ζ	zeta	70	\omicron	omicron	700	ψ	psi
8	η	eta	80	π	pi	800	ω	omega
9	θ	theta	90	\koppa	koppa*	900	λ	sampi

*vau, koppa, and sampi are obsolete characters

Sumber: <http://www.math.wichita.edu/history/topics/num-sys.html#sense>

Jika Anda perhatikan, orang-orang Yunani tidak memiliki simbol untuk nol. Mereka bisa merangkai 27 simbol-simbol ini bersama-sama untuk mewakili setiap angka hingga 1000. Bilangan ribuan direpresentasikan dengan cara meletakkan tanda koma di depan simbol apapun pada baris pertama, sehingga Masyarakat Yunani Kuno dapat menuliskan angka sampai dengan 10.000.

Berikut adalah representasi untuk 1000, 2000 dan nomor kami berikan di atas 849.

$$, \alpha = 1000 \quad , \beta = 2000 \text{ etc.} \quad \omega\mu\theta = 849$$

Sistem ini berlaku untuk bilangan yang kecil. Bilangan bilangan yang besar, masyarakat Yunani Kuno kembali pada Sistem Attic

2. Teori Himpunan

Teori Himpunan adalah salah satu landasan dari matematika modern yang membangun struktur matematika modern. Paradoks Russel yang dicetuskan secara terpisah oleh Bertrand Russel dan Ernest Zermelo merupakan cikal bakal dari teori Himpunan. Baru pada tahun 1874 sebuah makalah yang dituliskan oleh George Cantor yang berjudul *On a Characteristic Property of All Real Algebraic Numbers* yang dianggap sebagai teori pertama tentang himpunan.

3. Logika Matematika

Sejarah logika adalah studi tentang perkembangan ilmu inferensi valid (logika). Logika formal dikembangkan di zaman kuno di Cina, India, dan Yunani. Metode Yunani, khususnya logika Aristotelian (atau istilah logika) seperti yang ditemukan di *Organon*, menemukan aplikasi luas dan penerimaan dalam sains dan matematika selama ribuan tahun. [1] Kaum Stoa, terutama Chrysippus, adalah yang pertama untuk mengembangkan logika predikat.

Logika Aristoteles dikembangkan lebih lanjut oleh filsuf Kristen dan Islam di Abad Pertengahan, seperti Boethius atau William dari Ockham, mencapai titik tinggi pada pertengahan abad keempat belas. Periode antara abad keempat belas dan awal abad kesembilan belas sebagian besar salah satu penurunan dan mengabaikan, dan dianggap sebagai tandus oleh setidaknya satu sejarawan logika.

Logika dihidupkan kembali pada pertengahan abad kesembilan belas, pada awal masa revolusi ketika subjek berkembang menjadi suatu disiplin yang ketat dan formal yang teladan adalah metode yang tepat dari bukti yang digunakan dalam matematika, sebuah hearkening kembali ke tradisi Yunani. [3] pengembangan "simbolis" atau "matematika" logika modern selama periode ini oleh orang-orang seperti Boole, Frege, Russell, dan Peano adalah yang paling signifikan dalam sejarah dua ribu tahun logika, dan ini bisa dibilang salah satu yang paling peristiwa penting dan luar biasa dalam sejarah intelektual manusia.

Kemajuan dalam logika matematika dalam beberapa dekade pertama abad kedua puluh, terutama yang timbul dari karya Gödel dan Tarski, memiliki dampak yang signifikan terhadap filsafat analitik dan logika filosofis, terutama dari tahun 1950 dan seterusnya, dalam mata pelajaran seperti logika modal, logika temporal, logika deontis, dan logika relevansi.

4. Sejarah Aljabar

Aljabar (dari bahasa Arab "al-jabr" yang berarti "penggabungan bagian yang rusak" [1]) adalah salah satu bagian yang luas dari matematika, bersama-sama dengan nomor teori, geometri dan analisis. Dalam bentuk yang paling umum, aljabar adalah studi tentang simbol matematika dan aturan untuk memanipulasi simbol-simbol; [2] itu adalah benang pemersatu hampir semua matematika [3] Karena itu, mencakup segala sesuatu dari persamaan dasar pemecahan ke. studi tentang abstraksi seperti kelompok, cincin, dan bidang. Bagian yang lebih dasar aljabar disebut aljabar dasar, bagian-bagian yang lebih abstrak disebut aljabar abstrak atau aljabar modern. aljabar dasar umumnya dianggap penting untuk setiap studi matematika, ilmu pengetahuan, atau rekayasa, serta aplikasi seperti kedokteran dan ekonomi. aljabar abstrak merupakan daerah utama dalam matematika canggih, dipelajari terutama oleh matematikawan profesional. Aljabar pertama kali dikembangkan di Timur Tengah, dan Persia oleh matematikawan seperti al-Khawarizmi (780-850) dan Omar Khayyam (1048- 1131).

Filsafat matematika.

Filsafat matematika dan sejarah matematika adalah dua bidang yang jalan secara berbarengan. Pemahaman seorang guru matematika terhadap kedua hal tersebut akan sangat membantu dalam mengembangkan pembelajaran yang bermakna. Materi ini adalah pengembangan dari materi filsafat yang disusun oleh Kusrini dkk (Matematika: Modul Pendidikan dan Latihan Profesi Guru Universitas Negeri Makassar: Makassar, PSG rayon 124 UNM Makassar), yang kemudian diperkaya dengan materi lain dari berbagai sumber termasuk dari internet.

Manfaat Memahami Filsafat

Guru matematika sebagai orang yang diberikan amanah untuk mengajarkan matematika di sekolah, sebaiknya mempunyai jiwa filsafati dalam matematika. Dengan demikian guru mampu menyajikan matematika kepada para siswa bukan hanya dari aspek-aspek pragmatisnya saja, tetapi ada "isi" dan "person" dari matematikawan sukses dunia yang dapat dirasakan oleh siswa.

Berikut ini adalah manfaat memahami dan fisaat matematika (Kusrini, 2012)

1. Guru mendapatkan keyakinan dan semangat serta inspirasi dari para ahli matematikan serta filosofi dibalik matematika.
2. Dapat mengapresiasi perkembangan pemikiran matematika, bagaimana buah budi dan karya para matematikawan dunia yang kemudian mempengaruhi dan mempercepat perkembangan teknologi

3. Dapat memahami hakiki perjalanan penemuan matematika yang kemudian memberikan inspirasi serta memunculkan ide-ide kreatif yang berguna dan menopani kehidupan manusia. Pahami bahwa matematika tidak pernah lepas dari realitas kehidupan dan solusi terhadap masalah-masalah yang terjadi didalam masyarakat.

Dalam pembelajaran matematika dikelas, guru dapat menggunakan sejarah dan filsafat matematika untuk memberikan motivasi dan inspirasi kepada siswa. bahkan filsafat matematika dapat digunakan sebagai sarana kepada siswa untuk berfikir tingkat tinggi yang mungkin bisa disukai oleh siswa. Memikirkan filsafat matematika bagi sebagian orang seperti mengejakan teka teki yang menyenangkan.

2.2 Apakah Filsafat itu

Francisco Bacon (Gie,1999) mengayatakan bawh filsafat adalah “the great mother of sciences” . Dengan demikian semua ilmu termasuk matematika asal usulnya dianggap merupakan bagian dari filsafat. Namun Pendapat berbeda (Gie, 199) mengatakan bahwa geometri sebagai cabang dari matematika berkembang bersamaan denganfilsafat atau dikatakan “the twin sisters (saudara kembar)”. Keduanya lahir dari pikiran Thales (640-546 sebelum Masehi) di Miletus sekarang pantai barat negara Turki (The, 1999).

Filsafat adalah merupakan pemikiran yang sangat mendalam terhadap sesuatu. Filsafat berasal dari kata Philosophia dari bahasa Yunani yang berasal dari akar kata philo (philia=cinta) dan Sophia (kearifan) yang berarti mencintai kebijaksanaan dan kearifan. Pemikiran filsafati berkaitan dengan eksistensi, nilai-nilai, pengetahuan, alasan-alasan, pemikiran-pemikiran bahkan bahasa (Gie, 1999).

Beberapa peradaban jaman dulu menganggap filsafat sebagai pelayan teologia seperti Eropa. Mereka menganggap para ahli filsafat dapat mencapai pemikiran tentang ketuhanan dengan menggunakan akal nya. Namun disisi lain ada juga beberapa pandangan dari aliran agama tertentu yang menganggap filsafat melawan ketuhanan karena menuhankan pikiran.

Pandangan tentang defines filsafat sangat banyak yang tidak dapat diuraikan semuanya di sini. Akan tetapi untuk memahami filsafat, maka perlu memegang sebuah pendapat yang disesuaikan dengan bidang ilmu masing-masing. Salah satu pandangan yang datang dari Suriasumantri. Menurut Suriasumantri (2003), filsafat diartikan sebagai suatu cara berpikir yang radikal dan menyeluruh dan mengupas sesuatu yang sedalam-dalamnya. Secara umum untuk pembahasan ini, filsafat diartikan sebagai suatu kajian yang kritis dan rasional untuk menjawab pertanyaan tentang sesuatu yang menyeluruh, mendalam, dan mendasar. Filsafat berkaitan dengan ilmu. Ilmu merupakan kumpulan pengetahuan yang mempunyai ciri-ciri tertentu yang membedakan dengan pengetahuan-pengetahuan lainnya (Suriasumantri, 2003). Ciri-ciri keilmuan itu didasarkan pada jawaban yang diberikan ilmu tersebut terhadap ketiga pertanyaan yang mendasar.

Pertanyaan pertama merupakan pertanyaan yang terkait dengan *ontologi*. Ontologi membahas tentang apa ilmu itu atau menyangkut eksistensi ilmu. Pertanyaan kedua terkait dengan *epistemologis (teori pengetahuan)*, yaitu bagaimana cara mendapatkan pengetahuan itu. Sedang pertanyaan ketiga menyangkut *axiologi (teori tentang nilai)*, yaitu tentang apa nilai kegunaan ilmu itu. Contoh yang terkait dengan ontologi, misalkan agama merupakan ilmu yang membahas hal-hal di luar jangkauan manusia. Biologi membahas pengetahuan yang bersifat empirik dan terkait dengan makhluk hidup. Contoh yang terkait epistemologis, misalkan agama diperoleh melalui telaah-telaah didasarkan pada wahyu ilahi. Sedang Biologi didasarkan pada metode keilmuan yang ilmiah yang bersifat empiris. Logika atau matematika didasarkan pada logika deduktif untuk menurunkan pengetahuan-pengetahuan baru dari pengetahuan-pengetahuan sebelumnya yang sudah diketahui. Contoh yang terkait dengan axiologi, misalkan agama berguna untuk mengembangkan moral, akhlaq, atau keyakinan seseorang, sehingga ia mendapatkan ketentraman batin dan kebahagiaan.

Selanjutnya terkait dengan bidang matematika akan dibahas apakah sebenarnya filsafat matematika itu?

2.3 filsafat Matematika

Dalam memahami filsafat matematika yang populer terdapat 3 aliran, yaitu logisisme, formalisme, dan intusionisme. Ketiga aliran ini memperkaya dan membuat matematika berkembang serta memiliki banyak pengikut yang dianggap sangat fanatik

Logisisme dikembangkan oleh filsuf Inggris Bertrand Arthur William Russell (1872-1970) pada tahun 1903. Prinsipnya menjelaskan bahwa matematika semata-mata merupakan deduksi-deduksi dengan prinsip-prinsip logika. Matematika dan logika merupakan bidang yang sama, karena seluruh konsep-konsep dan teorema-teorema diturunkan dari logika.

Aliran berikutnya adalah formalisme dengan tokohnya David Hilbert (1862-1943) dari Jerman. Menurut pandangannya sifat alami matematika adalah sebagai sistem lambang yang formal. Matematika berhubungan dengan sifat-sifat struktural dari simbol-simbol dan proses pengolahan terhadap lambang-lambang itu. Simbol-simbol dianggap mewakili pelbagai sasaran yang menjadi objek matematika. Bilangan misalkan dipandang sebagai sifat-sifat struktural yang paling sederhana. Dengan simbol abstrak yang dilepaskan dari suatu sifat tertentu dan hanya bentuknya saja, aliran ini berusaha menyelidiki berbagai sistem matematika. Menurut pandangan aliran ini matematika merupakan ilmu tentang sistem-sistem formal.

Berlawanan dengan aliran formalisme, aliran intusionisme dipelopori oleh ahli matematika Belanda Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966). Pandangannya bahwa matematika adalah sama dengan bagian eksak dari pemikiran manusia. Ketepatan dalil-dalil matematika terletak pada akal manusia (human intellect) dan tidak pada simbol-simbol di atas kertas. Matematika didasarkan pada suatu ilham dasar (basic intuition) mengenai kemungkinan membangun sebuah barisan bilangan yang tak terhingga. Intuisi pada hakekatnya sebagai suatu aktivitas berpikir yang tak tergantung pada pengalaman, bebas dari bahasa simbolisme, serta bersifat objektif.

Definsi matematika diungkapkan berdasarkan aliran pemikiran, yaitu realisme terdiri dari pandangan platonis, empiris, dan monisme. Realisme matematis seperti pandangan realisme secara umum bahwa matematika merupakan entitas yang independen dari pikiran

manusia. Manusia tidak menemukan (*invent*) matematika, tetapi menemukan kembali (*discovery*) konsep-konsep matematika. Dalam pandangan ini ada “segitiga” merupakan suatu entitas yang real bukan kreasi pikiran manusia. Banyak matematikawan yang memiliki pandangan seperti ini, misalkan Paul Erdős and Kurt Gödel. Godel menyakini bahwa realitas objektif matematis dapat diterima sebagai suatu cara yang analog dengan persepsi naluriah.

Platonisme menjelaskan bahwa entitas matematis adalah abstrak, tidak terbatas waktu atau sifat-sifat kausal, serta tidak berubah. Tokoh kelompok ini misalkan Plato atau Phytagoras.

Empirisme adalah suatu bentuk realisme yang menolak matematika sebagai sifat a priori dalam segala hal. Dikatakan seseorang menemukan kembali fakta-fakta matematika dengan penelitian empiris, seperti penelitian-penelitian dalam ilmu lain. Pandangan ini bukan klasik tetapi ditemukan pada abad pertengahan. Menurut pandangan John Stuart Mill mengatakan “ $2 + 2 = 4$ ” bukan keluar dari ketidakpastian tetapi dapat dipelajari melalui observasi contoh-contoh dari pasangan-pasangan yang disatukan sehingga membentuk empatan. Monisme matematika memandang matematika tidak hanya merupakan objek yang ada, tetapi juga tidak ada. Pandangannya semua struktur matematika yang ada secara matematis juga ada secara fisik. Keberadaannya diterima secara objektif sebagai sesuatu yang “nyata” dalam dunia fisik.

Kelompok berikutnya yang sudah dijelaskan adalah logisme, formalisme, dan intusionisme. Pandangan yang berbeda adalah kelompok psikologis yang memandang kebenaran konsep-konsep matematika berasal dari penjelasan fakta-fakta psikologis. Pandangan lain adalah konstruktivisme yang melibatkan prinsip-prinsip regulatif entitas matematis dapat dikonstruksi secara eksplisit. Matematika adalah suatu latihan intuisi manusia, bukan hanya suatu permainan simbol yang tidak bermakna.

Definisi matematika sangat banyak dan sangat beragam. Para ahli matematika tidak mempunyai kesepakatan terhadap definisi matematika yang baku. Akan tetapi para ahli (Soedjadi, 2000) sepakat dengan ciri-ciri dari matematika sebagai ilmu. Ciri-ciri tersebut adalah (1) memiliki objek abstrak, (2) bertumpu pada kesepakatan, (3) berpola pikir deduktif,

(4) memiliki simbol-simbol yang kosong arti, (5) memperhatikan semesta pembicaraan, dan (6) konsisten dalam sistemnya.

Daftar Pustaka

Sumardiyono dkk. 2016. Modul Pelatihan Matematika SMA. PPPPTK: Yogyakarta.

Gie, The Liang. 1981. *Filsafat Matematika*. Supersukses: Yogyakarta

Hodgin, L, 2005, *A Hystory of Mathematics: form Mezopotania to Modernity*. Oxford University Press. New York.

Sahara, Jollanda. *Benefits from Integrating History of Mathematics into Teaching*. 23 Juli 2016.
<http://users.sch.gr/afylakis/ME2013/ME2013JShara.pdf>

Suriasumantri, Jujun. 2003. *Filsafat Ilmu, Sebuah Pengantar Populer*, Cet XVII, Jakarta: Pustaka Sinar Harapan,

Soedjadi. 2000. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*. Jakarta: Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional.

W.S. Angling.1994. *Mathematics: a concise hystory and philosophy*. Springer-Verlag New York, Inc.