SUMBER BELAJAR PENUNJANG PLPG 2016

MATA PELAJARAN/PAKET KEAHLIAN

MATEMATIKA

BAB XII

BANGUN DATAR

Dr. Djadir, M.Pd.

Dr. Ilham Minggi, M.Si

Ja'faruddin,S.Pd.,M.Pd.

Ahmad Zaki, S.Si.,M.Si

Sahlan Sidjara, S.Si.,M.Si

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN

DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN

2016

BAB XII
BANGUN DATAR

A. Kompetensi Inti

Menguasai materi, struktur, konsep dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu.

B. Kompetensi Inti

Menguasai konsep-konsep bangun datar.

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Mengidentifikasi jenis-jenis bangun datar.
2. Memahami rumus luas bangun datar.
3. Menerapkan rumus dari jenis-jenis bangun datar dalam pemecahan masalah.
4. Menerapkan konsep luas bangun datar dalam menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

D. Uraian Materi

1. Beberapa isitilah dasar dalam geometri

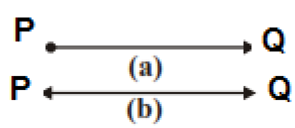
a. Titik

Titik dilambangkan dengan bulatan kecil (dot), hanya memiliki kedudukan/posisi dan tidak memiliki panjang, lebar ataupun ketebalan.

b. Garis

Garis dinotasikan sebagai $\overleftrightarrow{PQ}$, mempunyai panjang tetapi tidak memiliki lebar maupun ketebalan, garis bisa diperpanjang dikedua arahnya (arah P maupun Q). Garis bisa berupa garis lurus, melengkung ataupun kombinasi dari keduanya. Garis lurus terbentuk oleh suatu titik yang bergerak kearah yang sama sedangkan garis melengkung merupakan garis yang terbentuk dari suatu titik yang bergerak dengan arah yang selalu berubah.

Perhatikan gambar berikut



Gambar 1.1.

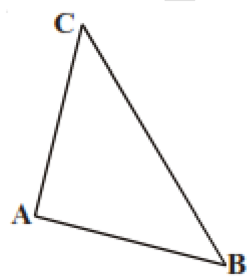
Gambar 1.1 (a) disebut sebagai sinar $\overrightarrow{PQ}$ yang merupakan bagian dari suatu garis lurus $\overleftrightarrow{PQ}$yang dimulai pada suatu titik P dan diperpanjang secara tidak terbatas kearah Q. Jika ujung P dan Q diperpanjang ke lurus tanpa batas maka diperoleh garis lurus$\overleftrightarrow{PQ}$(gambar 1.1 (b)) .

c. Sudut

Sudut merupakan gabungan dari dua buah sinar yang memiliki titik pangkal yang sama.

2. Segitiga

Poligon merupakan bangun datar tertutup yang dibatasi oleh sisi-sisi yang berupa ruas garis-ruas garis lurus. Segitiga adalah poligon yang mempunyai tiga sisi. Titik Sudut (*Verteks*) adalah titik di dimana dua diantara sisi-sisi segitiga tersebut bertemu.



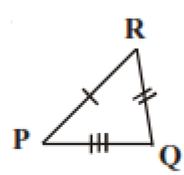
Gambar. 2.1

Gambar 2.1 merupakan contoh segitiga ABC dengan A, B dan C merupakan titik sudut dan ruas garis $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ dan $\overline{AC}$ merupakan sisi-sisi pada segitiga ABC.

a. Jenis-jenis segitiga berdasarkan kesamaan panjang sisi-sisinya

1. Segitiga Sebarang

Segitiga sebarang adalah segitiga yang ketiga sisi-sisinya tidak sama panjang.

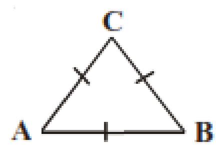


Gambar 2.2

Gambar 2.2 merupakan contoh segitiga PQR sebarang dengan panjang sisi-sisi $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$ dan $\overline{PR}$ tidak sama panjang.

2. Segitigasama sisi

Segitiga sama sisi adalah segitiga yang ketiga sisinya sama panjang.

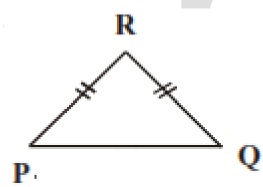


Gambar 2.3

Gambar 2.3 merupakan contoh segitiga sama sisi ABC dengan panjang sisi-sisi $\overline{AB}, \overline{BC}$ dan $\overline{AC}$ sama panjang.

3. Segitiga sama kaki

Segitiga sama kaki adalah segitiga yang minimal memiliki 2 sisi yang sama panjang.



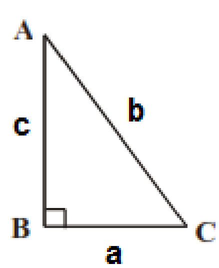
Gambar 2.4

Gambar 2.4 merupakan contoh segitiga sama kaki PDR dengan panjang sisi $\overline{PR}$ sama dengan panjang sisi $\overline{QR}$.

b. Jenis-jenis segitiga berdasarkan jenis sudutnya

1. Segitiga siku-siku

Segitiga siku-siku adalah segitiga dengan salah satu sudutnya adalah adalah sudut siku-siku (Besar sudut: 90°)

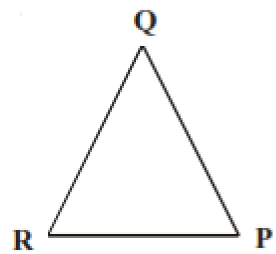


Gambar 2.5

Gambar 2.5 merupakan contoh dari segitiga suku-siku ABC dengan sudut B merupakan sudut siku-siku dengan sisi b yang berhadapan dengan sudut siku-siku tersebut disebut sebagai sisi miring (*hypotenusa.*) Pada segitiga siku-siku berlaku teorema phytagoras yang berbunyi kuadrat panjang sisi miring dari suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat dari sisi-sisi yang lainnya atau berdasarkan gambar 2.5 diperoleh $b^2 = a^2 + c^2$.

2. Segitiga lancip

Segitiga lancip adalah segitiga yang ketiga sudutya merupakan sudut lancip (Sudut yang besarnya diantara 0 dan$90°$)

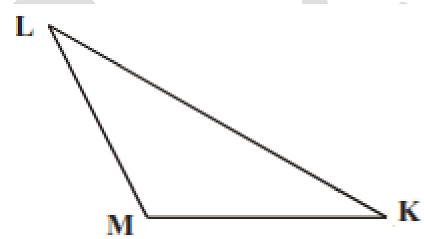


Gambar 2.6

Gambar 2.6 merupakan contoh dari segitiga lancip PQR.

3. Segitiga Tumpul

Segitiga tumpul adalah segitiga yang salah satu sudutnya merupakan sudut tumpul (Sudut yang besarnya antara $90°$ dan $180°$).



Gambar 2.7

Gambar 2.7 merupakan contoh dari segitiga tumpul.

C. Sifat-sifat pada segitiga

1. Jumlahan dari dua sisi-sisinya lebih panjang dari sisi yang lainnya.

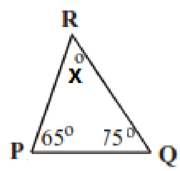
2. Selisih panjang dari sisi-sisinya kurang dari panjang sisi yang lain.

3. Jumlah sudut-sudut pada suatu segitiga adalah $180°$

Contoh:

1. Diketahui ΔPQR dengan $\angle PQR = 75°$, $\angle RPQ = 65°$ Tentukan besar $\angle QRP$ dan Jenis ΔPQR.

Jawab:



Misalkan sudut R adalah x°. Pehatikan bahwa jumlah sudut pada suatu segitiga adalah $180°$, akibatnya diperoleh

$$75^{\circ} + 65° + x^{\circ} = 180^{\circ} \Rightarrow x^{\circ} = 40^{\circ}$$

Karna masing-masing sudutnya berada diantara 0 dan90°, jadi jenis ΔPQR merupakan jenis segitiga lancip.

2. Untuk setiap panjang sisi dibawah ini, Tentukan dan jelaskan manakah yang dapat membentuk suatu segitiga.

a. 3 cm , 4 cm, 5 cm.

b. 4 cm, 5 cm, 9 cm.

Jawab:

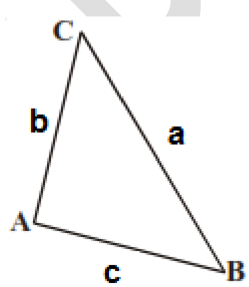
a. Dapat membentuk segitiga, sebab memenuhi sifat jumlahan dari dua sisi-sisinya lebih panjang dari sisi yang lainnya danSelisih panjang dari sisi-sisinya kurang dari panjang sisi yang lain.

$3 + 4 > 5$, $4 + 5 > 4$, $3 + 5 > 4$ dan $5 - 4 < 3$, $4 - 3 < 5$, $5 - 4 < 4$.

b. Tidak dapat membentuk segitiga karena tidak memenuhi sifat jumlahan dari dua sisi-sisinya lebih panjang dari sisi yang lainnya

$4 + 5 = 9$ seharusnya > 9 d

d. Keliling dan luas segitiga



Keliling (K) dari suatu segitiga ABC adalah $K = a + b + c$

Dengan $a = \overline{BC}$, $b = \overline{AC}$, $c = \overline{AB}$.

Contoh: Diketahui perbandingan sisi-sisi ΔABC adalah $3:4:5$ Dan keliling dari ΔABC adalah 60 cm. Tentukan panjang sisi-sisi ΔABC.

Jawab:

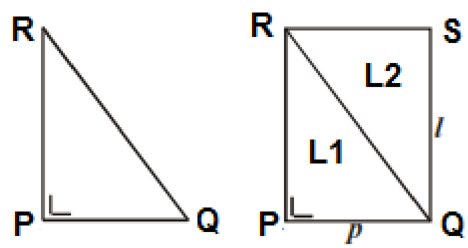
Perbandingan sisi-sisinya adalah $3:4:5$ dan misalkan panjang sisinya adalah $3p, 4p$ dan $5p$. Perhatikan bahwa keliling ΔABC adalah 60 cm. Akibatnya

$$3p + 4p + 5p = 60 \Longrightarrow 12p = 60 \Longrightarrow p = 5$$

Jadi, panjang sisi-sisinya adalah

$3p = 3 \times 5 = 15\ cm$, $4p = 4 \times 5 = 20\ cm$ dan $5p = 5 \times 5 = 25\ cm$.

Luas (L) dari suatu segitiga:



Perhatikan segitiga siku-siku PQR, dengan menggunakan pendekatan luas persegi panjang $PQSR$ yang kita ketahui luasnya adalah $p \times l$. Perhatikan bahwa :

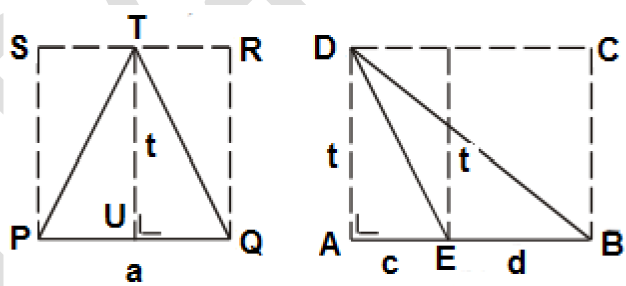
luas persegi panjang $PQSR = L1\ (Luas\ \Delta PQR) + L2\ (luas \Delta QSR)$

$$p \times l = 2 \times L1\ (Luas\ L1 = Luas\ L2)$$

$$\frac{1}{2} \times p \times l\ = L1\ (Luas \Delta PQR\ )$$

Misal $p = a$ (alas segitiga) dan $l = t$ (tinggi segitiga) diperoleh $Luas \Delta PQR = \frac{1}{2} \times a \times t$

Selanjutnya, perhatikan segitiga samakaki PQT dan segitiga sebarang EBD berikut



Luas ΔPQT =Luas ΔUQT + Luas ΔPUT

$= \frac{1}{2} \times$ Luas $UQRT + \frac{1}{2} \times$ Luas $PUTS$

$= \frac{1}{2} \times$ (Luas $UQRT$ +Luas $PUTS$)

$= \frac{1}{2} \times$ Luas $PQRS$

$$= \frac{1}{2} \times a \times t$$

Luas ΔEBD =Luas ΔABD − Luas ΔAED

$$= \frac{1}{2} \times (c + d) \times t - \frac{1}{2} \times c \times t$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times c \times t\right) + (\frac{1}{2} \times d \times t) - \left(\frac{1}{2} \times c \times t\right)$$

$= \frac{1}{2} \times d \times t$, misal $d = a = alas$

$$= \frac{1}{2} \times a \times t$$

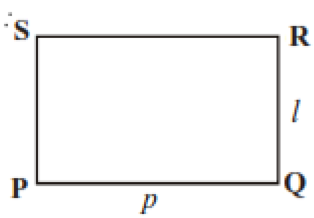
Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa luas (L) dari suatu segitiga adalah

$$L = \frac{1}{2} \times a \times t$$

Dengan $a =$ alas segitiga , $t =$ tinggi segitiga

3. Persegi panjang

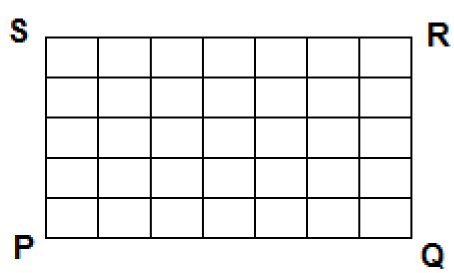
Persegi panjang adalah bangun datar segiempat dengan keempat sudutnya merupakan sudut siku-siku dan sisi-sisi yang berhadapan sama panjang. Segiempat merupakan poligon yang memiliki 4 buah sisi dan 4 buah titik sudut.



Perhatikan persegi panjang $PQRS$ disini, $\overline{PS} = \overline{QR}$ dan $\overline{PQ} = \overline{SR}$. Sisi-sisi yang lebih panjang ($\overline{PQ}$ dan $\overline{SR}$) disebut sebagai panjanng yang sinotasikan sebagai p dan sisi-sisi yang lebih pendek ($\overline{PS}$ dan $\overline{QR}$) disebut sebagai lebar yang dinotasikan sebagai l. Keliling (K) dari sebuah persegi panjang adalah jumlah dari sisi-sisi pesegi panjang tersebut yaitu:

$$K = \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{SR} + \overline{PS} = p + l + p + l = 2(p + l).$$

Dengan p merupakan panjang dan l merupakan lebar dari persegi panjang tersebut. Selanjutnya perhatikan gambar berikut



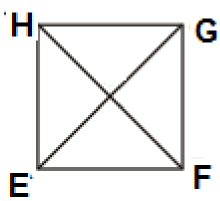
Persegi panjang $PQRS$ merupakan persegi panjang deng panjang 7 persegi satuan dan lebar 5 persegi satuan. Disini diperoleh luas dari persegi panjang $PQRS$ sama dengan banyaknya persegi dalam area $PQRS$ yaitu sebanyak 35 satuan yang dapat juga diperoleh dari hasil kali panjang dan lebar dari Persegi panjang $PQRS$. Dengan demikian Luas (L) dari persegi panjang adalah:

$$L = p \times l$$

Dengan p merupakan panjang dan l merupakan lebar dari persegi panjang tersebut.

4. Persegi

Persegi merupakan bangun datar segiempat yang sudut-sudutnya merupakan sudut siku-siku dan semua sisi-sisinya sama panjang.



Perhatikan persegi $EFGH$. Sisi $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE} = a$ dengan a merupakan sisi dari persegi $EFGH$. $\overline{EG} = \overline{FH} = a\sqrt{2}$ (diperoleh dengan menggunakan teorema phytagoras) merupakan sisi diagonal dari $EFGH$. Keliling (K) dari suatu persegi adalah jumlahan dari sisi-sisi persegi tersebut yaitu:

$$K = a + a + a + a = 4 \times a$$

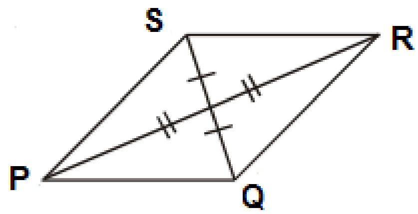
Dengan a merupakan sisi dari suatu persegi. Suatu persegi yang memiliki panjang yang sama dengan lebarnya atau $p = l = a$ memiliki luas (L) yaitu

$$L = a \times a$$

Dengan a merupakan sisi dari suatu persegi.

5. Jajar Genjang

Jajar genjang merupakan bangun datar segiempat yang memiliki sisi-sisi yang berhadapan sama panjang dan sejajar, memiliki dua pasang sudut yang masing-masing sama besar dengan sudut dihadapannya, jumlah sudut yang berdekatan 180° dan kedua diagonalnya saling berpotongan ditengah-tengah bidang jajar genjang tersebut.

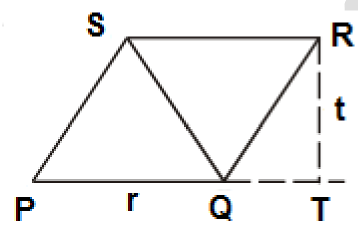


Perhatikan jajar genjang $PQRS$. Sisi $\overline{PQ} = \overline{SR}$, $\overline{PQ} \mathbin{//} \overline{SR}$, sisi $\overline{PS} = \overline{QR}$, $\overline{PS} \mathbin{//} \overline{QR}$. $\angle PSR = \angle PQR$, $\angle SPQ = \angle QRS$, $\angle PQR = \angle RSP$. $\angle QPS + \angle PQR = 180°$, $\angle QRS + \angle PSR = 180°$. Keliling jajar genjang (K) merupakan jumlah dari panjang sisi-sisinya. Pada jajaran genjang $PQRS$ diperoleh

$$K = \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{SR} + \overline{PS} = 2 \times \overline{QR} + 2 \times \overline{SR} \quad [\overline{PS} = \overline{QR} \text{ dan } \overline{PQ} = \overline{SR}]$$

$$= 2 \times (\overline{QR} + \overline{SR})$$

Selanjutnya, perhatikan gambar berikut:



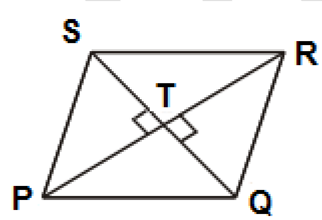
Perhatikan jajar genjang $PQRS$, Luas (L) jajar genjang $PQRS$ sama dengan luas ΔPQS ditambah dengan luas ΔQRS. Akibatnya diperoleh

$$L = \text{luas } \Delta PQS + \Delta QRS = \left(\frac{1}{2} \times r \times t\right) + \left(\frac{1}{2} \times r \times t\right) = r \times t$$

Dengan r merupakan alas jajar genjang dan t merupakan tinggi jajar genjang.

6. Belah ketupat

Belah ketupat merupakan jajar genjang yang keempat sisi-sisinya sama panjang dan diagonal-diagonalnya berpotongan saling tegak lurus.



Perhatikan belah ketupat $PQRS$. Sisi $\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{SR} = \overline{PS}$. $\angle PQR = \angle RSP, \angle SPQ = \angle QRS, \angle QPS + \angle PQR = 180°, \angle QRS + \angle PSR = 180°$. dan $\overline{QT} \perp \overline{PR}, \overline{ST} \perp \overline{PR}$.

Keliling (K) dari belah ketupat merupakan jumlah dari panjang sisi-sisi belah ketupat, yaitu:

$$K = \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{SR} + \overline{PS} = 4 \times \overline{PQ} \; [\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{SR} = \overline{PS}]$$

$$= 4 \times a$$

Dengan a merupakan sisi dari belah ketupat tersebut. Luas (L) dari belah ketupat $PQRS$ merupakan jumlah dari luas ΔPQR ditambah dengan luas ΔRSP. Akibatnya diperoleh

$$L = \text{ luas } \Delta PQR + \Delta RSP = \left(\frac{1}{2} \times \overline{PR} \times \overline{TQ}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \overline{PR} \times \overline{ST}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{PR} \times (\overline{TQ} + \overline{ST})$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{PR} \times \overline{SQ}$$

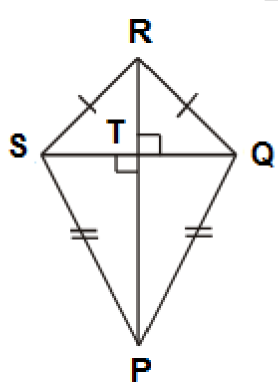
Jadi diperoleh luas dari suatu belah ketupat adalah setengah dari hasil kali diagonal-diagonalnya yaitu

$$L = \frac{1}{2} \times (d_1 \times d_2)$$

Dengan d_1 dan d_2 merupaka diagonal-diagonal dari belah ketupat.

7. Layang-layang

Layang-layang merupakan bangun datar segiempat yang dibentuk oleh 2 pasang sisi yang sepasan sisi-sisinya sama panjang, sepasang sudut yang berhadapan sama besar, salah satu dari diagonalnya membagi dua diagonal yang lain atas dua bagian yang sama panjang dan kedua diagonal tersebut saling tegak lurus.



Perhatikan layang-layang$PQRS$. Sisi $\overline{SR} = \overline{RQ}$, $\overline{SP} = \overline{PQ}$,$\angle PSR = \angle PQR$, $\overline{TS} = \overline{SQ}$ dan $\overline{SQ} \perp \overline{RP}$. Keliling (K) dari belah ketupat merupakan jumlah dari sisi-sisinya yaitu

$$K = \overline{SR} + \overline{RQ} + \overline{SP} + \overline{PQ} = (2 \times \overline{SR}) + (2 \times \overline{SP})$$

$$= 2 \times (\overline{SR} + \overline{SP})$$

Luas (L) dari suatu layang-layang$PQRS$ adalah jumlah dari luas ΔPRS ditambah dengan luas ΔPQR yaitu

$$L = \text{luas } \Delta PRS + \text{luas } \Delta PQR = (\frac{1}{2} \times \overline{ST} \times \overline{RP}) + (\frac{1}{2} \times \overline{TQ} \times \overline{RP})$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{RP} \times (\overline{ST} + \overline{TQ})$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{RP} \times \overline{SQ}$$

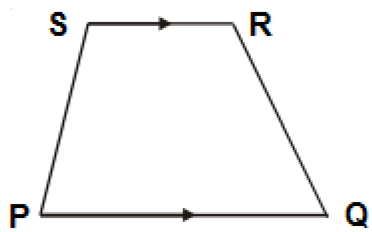
Jadi diperolenh luas layang-layang adalah setengah dari hasil kali diagonal-diagonalnya yaitu

$$L = \frac{1}{2} \times (d_1 \times d_2)$$

Dengan d_1 dan d_2 merupakan diagonal-diagonal dari layang-layang.

8. Trapesium

Trapesium merupakan bangun datar segiempat yang memiliki sepasang sisi yang sejajar, berhadapan tetapi tidak sama panjang.



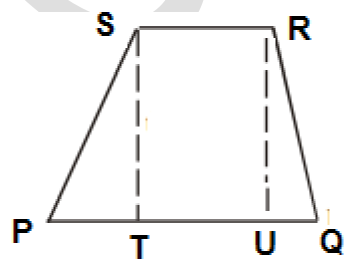
Perhatikan trapesium $PQRS$, disini $\overline{PQ}//\overline{SR}$. Pada trapesium $PQRS$ ketika:

1. $\overline{PS} = \overline{QR}$ disebut sebagai trapesium samakaki.
2. $\overline{PQ} \perp \overline{QR}$ dan $\overline{PS} \perp \overline{SR}$ disebut sebagai trapesium siku-siku.
3. Bukan meupakan trapesium samakaki disebut dan bukan trapesium siku-siku disebut sebagai trapesium sembarang.

Perhatikan trapesium $PQRS$, keliling (K) dari suatu trapesium adalah jumlah dari sisi-sisinya, yaitu:

$$K = \overline{PS} + \overline{QR} + \overline{PS} + \overline{SR}$$

Selanjutnya perhatikan trapesium $PQRS$ sebarang berikut



Perhatikan bahwa luas (L) trapesium $PQRS$ sama dengan luas ΔSTP ditambah luas persegi panjang $TURS$ ditambah dengan luas ΔQUR, dengan ΔSTP dan ΔQUR merupakan segitiga siku-siku. Jadi diperoleh

$L =$ luas ΔSTP +luas persegi panjang $TURS$ +luas ΔQUR

$$= \left(\frac{1}{2} \times \overline{PT} \times \overline{TS}\right) + (\overline{TU} \times \overline{UR}) + \left(\frac{1}{2} \times \overline{UQ} \times \overline{UR}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \overline{PT} \times \overline{TS}\right) + (\overline{TU} \times \overline{TS}) + \left(\frac{1}{2} \times \overline{UQ} \times \overline{TS}\right) \quad [\overline{TS} = \overline{UR}]$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \overline{PT} \times \overline{TS}\right) + \frac{1}{2} \times 2(\overline{TU} \times \overline{TS}) + \left(\frac{1}{2} \times \overline{UQ} \times \overline{TS}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times (\overline{PT} + 2 \times \overline{TU} + \overline{UQ}) \times \overline{TS}$$

$$= \frac{1}{2} \times (\overline{PT} + \overline{TU} + \overline{UQ} + \overline{TU}) \times \overline{TS}$$

$$= \frac{1}{2} \times ([\overline{PT} + \overline{TU} + \overline{UQ}] + \overline{SR}) \times \overline{TS}[\overline{TU} = \overline{SR}]$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{[PQ} + \overline{SR}] \times \overline{TS}$$

Jadi luas trapesium adalah jumlah sisi sejajar dikali tinggi dibagi dua .

Daftar Pustaka

Jiagu, Xu (2010). *Lecture Notes On Mathematical Olympiad Courses For Junior Section (Volume I)*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Manik, Rosida, Dame (2009). Penunjang Belajar Matematika. Jakarta: Pusat Pembukuan Departemen Pendidikan Nasional.

Tanton, J (2005). Encyclopedia of Mathematics. New York: Fact On File, Inc.

Rich Barnet (2001). Geometry Scaum's Easy Outlines. McGraw-Hill Companies.