# SUMBER BELAJAR PENUNJANG PLPG 2016

# MATA PELAJARAN/PAKET KEAHLIAN

# MATEMATIKA

**BAB I**

**PELUANG**



**Dr. Djadir, M.Pd.**
**Dr. Ilham Minggi, M.Si**
**Ja'faruddin,S.Pd.,M.Pd.**
**Ahmad Zaki, S.Si.,M.Si**
**Sahlan Sidjara, S.Si.,M.Si**

**KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN**
**DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN**
**2016**

# BAB I
# PELUANG

**A. Kompetensi Inti (KI)**

Menguasai materi, struktur, konsep dan pola piker keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu

**B. Kompetensi Dasar (KD)/Kelompok Kompetensi Dasar (KKD)**

Menggunakan konsep-konsep statistika dan peluang

**C. Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)**

Menghitung peluang suatu kejadian

**D. Uraian Materi Pembelajaran**

**1. Kaidah Pencacahan**

Kaidah pencacahan adalah suatu ilmu yang berkaitan dengan menentukan banyaknya cara suatu percobaan dapat terjadi. Menentukan banyakya cara suatu percobaan dapat terjadi dilakukan dengan: aturan penjumlahan, aturan perkalian.

**a. Aturan Penjumlahan**

Jika ada sebanyak a benda pada himpunan pertama dan ada sebanyak b benda pada himpuan kedua, dan kedua himpuan itu tidak beririsan, maka jumlah total anggota di kedua himpuan adalah a + b.

Contoh : 1

Jika seseorang akan membeli sebuah sepeda motor di sebuah dealer. Di dealer itu tersedia 5 jeis Honda, 3 jenis Yamaha, dan 2 jenis Suzuki. Dengan demikian orang tersebut mempunyai pilihan sebanyak 5 + 3 + 2 = 10 jenis sepeda motor.

Contoh : 2

Ibu Alya seorang guru SMK. Ia mengajar kelas XII Akuntansi yang jumlahnya 40 siswa, kelas XII penjualan yang jumlahnya 42 siswa, kelas XII bisnis, yang kumlahnya 45 siswa, maka jumlah siswa yang diajar Ibu Alya adalah 40 + 42 + 45 = 127 siswa.

**b. Aturan Perkalian**

Pada aturan perkalian ini dapat diperinci menjadi dua, namun keduanya saling melengkapi dan memperjelas. Kedua kaidah itu adalah menyebutkab kejadian satu persatu dan aturan pemngisian tempat yang tersedia.

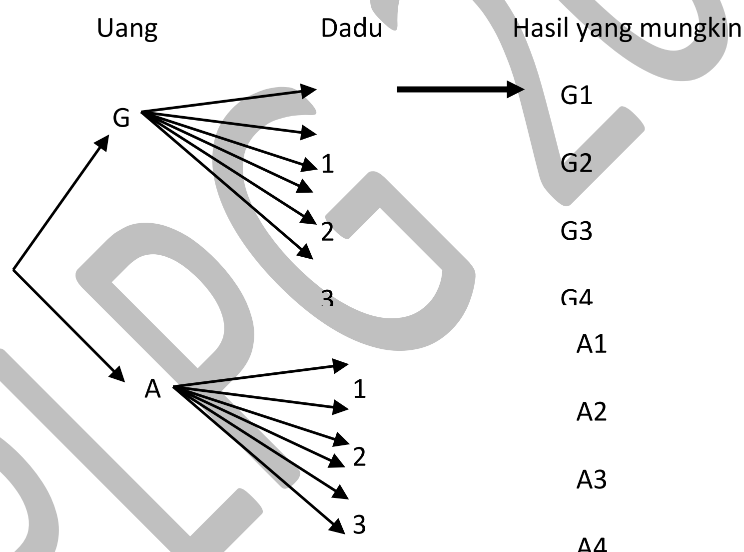
**1) Menyebutkan kejadian satu persatu**

**Contoh : 1**

Sebuah dadu dan sebuah uang logam dilempar secara bersamaan. Berapa hasil yang berlainan dapat terjadi ?

**Penyelesaian :**

Dengan diagram pohon diperoleh:




Hasil yang mungkin : G1, G2, G3, G5, G6, A1, A2, A3, A4, A5, A6

Catatan : G1 artinya uang menunjukkan gambar dan dadu menunjukkan angka 1. Dengan demikian banyaknya cara hasil yang berkaitan dapat terjadi adalah 12 cara.

**2) Aturan pengisian tempat yang tersedia**

Menentukan banyaknya cara suatu percobaan selalu dapat diselesaikan dengan meyebutkan kejadian satu persatu. Akan tetapi, akan mengalami kesulitan kejadiannya cukup banyak. Hal ini akan lebih cepat jika diselesaikan dengan menggunakan aturan pengisian tempat yang tersedia atau dengan mengalikan.

**Contoh 1:**

Alya mempunyai 5 baju dan 3 celana. Berapa cara Alya dapat memakai baju dan celana?

**Peyelesaian :**

Misalkan kelima baju itu $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$ dan ketiga celana itu $C_1$, $C_2$, $C_3$. Hasil yang mungkin terjadi adalah….

| | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_1$ | $C_1B_1$ | $C_1B_2$ | $C_1B_3$ | $C_1B_4$ | $C_1B_5$ |
| $C_2$ | $C_2B_1$ | $C_2B_2$ | $C_2B_3$ | $C_2B_4$ | $C_2B_5$ |
| $C_3$ | $C_3B_1$ | $C_3B_2$ | $C_3B_3$ | $C_3B_4$ | $C_3B_5$ |

Jadi banyaknya cara Alya dapat memakai baju da celana = 15 cara

Langkah diatas dapat diselesaikan dengan:

| Baju | Celana |
|---|---|
| 5 cara | 3 cara |

Jadi, ada $5 \times 3$ cara = 15 cara

**Contoh 2:**

Salma mempunyai 5 baju, 3 celana, 2 sepatu dan 4 topi. Tentukan berapa cara Salma dapat memakainya?

| Baju | Celana | Sepatu | Topi |
|---|---|---|---|
| 5 cara | 3 cara | 2 cara | 4 cara |

Jadi, ada $5 \times 3 \times 2 \times 4$ cara = 120 cara.

Secara umum dapat dirumuskan:

| |
|---|
| Bila tempat pertama dapat diisi $n_1$ cara, tempat kedua dengan $n_2$ cara,…, tempat k dapat diisi $n_k$ cara, maka banyakya cara mengisi k tempat yang tersedia adalah: $n_1\times n_2\times\ldots\times n_k$ cara. |

**Contoh 3:**

Dari angka-angka 0, 1, 2, 3, 4, 5 dan 6, berapa banyaknya bilangan yang terdiri dari 4 angka yang dapat disusun?

a) tanpa pengulangan

b) boleh berulang

**Penyelesaian :**

a) Tanpa pengulangan

Empat angka berarti ribuan, sehingga diperlukan empat tempat

| Ribuan | Ratusan | Puluhan | Satuan |
|---|---|---|---|
| | | | |

Angka nol (0) tidak mungkin menempati urutan pertama sehingga yang mungkin angka 1, 2, 3, 4, 5, 6 atau 6 cara dan tanpa pengulangan maka :

| Ribuan | Ratusan | Puluhan | Satuan |
|---|---|---|---|
| 6 | 6 | 5 | 4 |

Jadi banyaknya bilangan yang dapat disusun adalah:

$6 \times 6 \times 5 \times 4 = 720$ bilangan

b) Pengulangan

Angka nol tidak mungkin menempati urutan pertama sehingga ada 6 cara, untuk urutan kedua dan seterusnya masing-masing tujuh cara sebab semua angka memungkinkan karena berulang maka diperoleh:

| Ribuan | Ratusan | Puluhan | Satuan |
|---|---|---|---|
| 6 | 7 | 7 | 7 |

Jadi banyaknya bilangan yang dapat disusun adalah:

$6 \times 7 \times 7 \times 7 = 2058$ bilangan

**Contoh 4:**

Tentukan banyaknya bilangan ganjil yang terdiri tiga angka yang disusun dari angka-angka 1, 2, 3, 4 dan 5.

a) Angka tidak berulang

b) Angka boleh berulang

**Penyelesaian:**

a) Angka tidak berulang

| Ratusan | Puluhan | Satuan |
|---|---|---|
| 4 | 3 | 3 |

Bilangan yang disusun adalah bilangan ganjil, maka kotak satuan dapat diisi dengan angka 1, 3, dan 5 (3 cara)

Ada syarat angka tidak berulang, maka kotak ratusan bisa diisi dengan 4 cara (karena sudah diambil satu angka), dan kotak puluhan dapat diisi dengan 3 cara.

Jadi banyaknya bilangan = $4 \times 3 \times 3$ bilangan

= 36 bilangan

b) Angka boleh berulang

| Ratusan | Puluhan | Satuan |
|---|---|---|
| 5 | 5 | 3 |

Karena yang disusun bilangan ganjil, maka kotak satuan diisi dengan 3 cara

Angka boleh berulang, maka kotak ratusan dapat diisi angka 1, 2, 3, 4 dan 5 (5 cara) dan kotak puluhan juga 5 cara.

Jadi banyaknya bilangan = $5 \times 5 \times 3$ bilangan

= 75 bilangan

2. Permutasi

Permutasi dari sejumlah objek adalah susunan objek dalam urutan berhingga

a. Notasi Faktorial

Untuk masing-masing bilangan bulat positif *n*,

$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$

Demikian juga, 0! = 1.

b. Notasi ${}_nP_r$

Untuk semua bilangan positif $n$ dan $r$, dengan $r \leq n$, banyaknya permutasi dari $n$ objek yang diambil $r$ objek pada satu waktu adalah

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Contoh soal

Berapa banyaknya permutasi dari pengambilan 5 kartu pada 52 kartu?

*Penyelesaian:*

Banyaknya permutasi dari 52 kartu yang diambil 5 pada suatu waktu adalah ${}_{52}P_5$, atau $\frac{52!}{(52-5)!}$.

$$\frac{52!}{(52-5)!} = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1}{47 \cdot 46 \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1} = 52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47$$

$$= 311.875.200$$

Ada 311.875.200 permutasi dari pemilihan 5 kartu dari 52 kartu

c. Permutasi dengan Pengulangan

Untuk semua bilangan positif $n$ dan $r$ dengan $r \leq n$, banyaknya permutasi yang berbeda dari $n$ objek, $r$ diantaranya sama, adalah

$$\frac{{}_nP_r}{{}_rP_r} = \frac{n!}{r!}$$

Secara umum, jika ada $r_1$ objek jenis pertama, $r_2$ objek jenis kedua, dan seterusnya, ada $\frac{n!}{r_1!r_2!\cdots}$ permutasi dari $n$ objek yang berbeda

Contoh soal

Berapa banyaknya permutasi yang berbeda dari kata MISSISSIPI?

Penyelesaian

Ada 11 huruf yaitu 4 huruf I, 4 huruf S, dan 2 huruf P. Sehingga, ada $\frac{{}_{11}P_1}{{}_4P_4\,{}_4P_4\,{}_4P_2} = \frac{11!}{4!4!2!}$ permutasi yang berbeda.

Ada 34.650 permutasi yang berbeda dari kata MISSISSIPI

3. Kombinasi

   Kombinasi adalah pemilihan objek tanpa memperhatikan urutannya.

   a. Notasi $C_r^n$

      Untuk semua bilangan positif *n* dan *r*, dengan $r \leq n$, banyaknya kombinasi *n* objek yang diambil 4 objek pada suatu waktu adalah

$$_nC_r = \frac{_nP_r}{_rP_r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

      Contoh Soal

      Berapa banyaknya cara untuk memilih 3 siswa SMP dan 4 siswa SMA dari sebuah sekolah kursus dengan 10 mahasiswa tingkat pertama, 15 mahasiswa tingkat kedua, 18 siswa SMP, dan 20 siswa SMA untuk bernyanyi?

      *Penyelesaian*

      3 Siswa SMP dapat dipilih dalam $_{18}C_3$ cara.

      4 siswa SMA dapat dipilih dalam $_{20}C_4$ cara.

      Siswa SMP dan SMA dapat dipilih dalam $_{18}C_3 \cdot {_{20}C_4}$ cara.

$$_{18}C_3 \cdot {_{20}C_4} = \frac{18!}{(18-3)!} \cdot \frac{20!}{(20-4)!4!} = \frac{18{\cdot}17{\cdot}16}{3{\cdot}2{\cdot}1} \cdot \frac{20{\cdot}19{\cdot}18{\cdot}17}{4{\cdot}3{\cdot}2{\cdot}1} = 3.953.520$$

4. Peluang (Probabilitas) merupakansuatu konsep matematika yang diguanakan untuk melihat kemungkinan terjadinya sebuah kejadian. Beberapa istilah yang perlu diketahui dalam mempeajari konsep peluang adalah sebagai berikut:

   a. Ruang sampel merupakan himpunan semua hasil yang mungkin dari sebuah percobaan
   b. Titik sampel merupakan anggota yang ada pada ruang sampel
   c. Kejadianmerupakan himpunan bagian dari ruang sampel

Peluang suatu kejadian dapat didefinisikan, Jika *N* adalah banyaknya titik sampel pada ruang sampel *S* suatu percobaan dan *E* merupakan suatu kejadian dengan banyaknya *n* pada percobaan tersebut, maka peluang kejadian *E* adalah *P(E)* = $\frac{n}{N}$

***Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan peluang suatu kejadian*.**

a. Peluang suatu kejadian, jika $n\ (A)$ = banyak kejadian $A$, maka peluang kejadian $A$ adalah :

$$(P) = \frac{n\ (A)}{n\ (S)}\ , A\ \subset S$$

Contoh soal: Sebuah kartu diambil dari setumpuk kartu remi. Berapa peluang bahwa yang diambil itu kartu *queen*?

Penyelesaian: Seluruhnya terdapat 52 kartu, 4 di antaranya adalah kartu *queen.*

Jadi, n(S) = 52 dan n(K) = 4

Sehingga, $P(queen) = \dfrac{n(K)}{n(S)} = \dfrac{4}{52} = \dfrac{1}{13}$.

Jadi, peluang terambilnya kartu *queen* dari setumpuk kartu remi adalah $\frac{1}{13}$

b. Peluang komplemen suatu kejadian

Peluang komplemen dari suatu kejadian adalah peluang dari satu kejadian yang berlawanan dengan suatu kejadian yang ada. Komplemen dari suatu kejadian A merupakan himpunana dari seluruh kejadian yang bukan A. complement dari suatu kejadian dapat ditulis dengan A'. Maka peluang komplemen dituiskan sebagai berikut:

$$P\ (A') = 1 - P\ (A)$$

Contoh soal: Apabila sebuah dadu bermata 6 dilempar, makapeluang untuk tidak mendapat sisi dadu 4 adalah

Penyelesaian : Ada enam mata dadu, dengan sisi dadu 4 berjumlah satu maka,

n(S) = 6 dan n(K) = 1

$P(dadu) = \dfrac{n(K)}{n(S)} = \dfrac{1}{6}$, sehingga peluang komplemen dari kejadian tersebut adalah

$$P\ (dadu') = 1 - P\ (dadu)$$

$$P\ (dadu') = 1 - \frac{1}{6}$$

$$P\ (dadu') = \frac{5}{6}$$

Jadi peluang untuk tidak mendapatkan sisi dadu 4 adalah $\frac{5}{6}$

c. Frekuensi harapan suatu kejadian

Frekuensi harapan suatu kejadian adalah hasil kali munculnya suatu kejadian dengan banyaknya percobaan yang dilakukan

$$F_h = P\ (A) \times n$$

Contoh soal: Pada pelemparan sebuah koin, nilai peluang munculnya gambar adalah $\frac{1}{2}$ apabila pelemparan koin dilakukan sebanyak 30 kali maka harapan munculnya gambar adalah…

Penyelesaian: $F_h = P\ (A) \times n$

$$F_h = \frac{1}{2} \times 30$$

$$F_h = 15 \text{ kali}$$

Jadi harapan munculnya gambar dari 30 kali pelemparan dadu adalah 15 kali.

d. Peluang dua kejadian tidak saling lepas

Dua kejadian dikatakan tidak saling lepas jika kedua kejadian tersebut dapat terjadi secara bersamaan

$$P\ (A \cup B) = P\ (A) + P\ (B) - P\ (A \cap B)$$

Contoh soal: sebuah dadu sisi enam dilemparkan satu kali, berapakah peluang munculnya mata dadu angka genap dan angka yang habis dibagi 3?

Penyelesaian: Ruang sampel S = {1,2,3,4,5,6}

Misal D merupakan kejadianmunculnya angka dadu genap, dan B munculnya angka dadu yang habis di bagi tiga maka:

$D$ = {2,4,6} , $B$ = {3,6} dan $D \cap B$ = {1},

Sehingga n($D$) = 3, n($B$) = 2, dan ($D \cap B$) = 1

Maka:

$$P(D) = \frac{3}{6}$$

$$P(B) = \frac{2}{6}$$

$$P(D \cap B) = \frac{1}{6}$$

Jadi peluang kedua kejadian tersebut adalah

$$P(D \cup B) = P(D) + P(B) - P(D \cap B)$$

$$P(D \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6}$$

$$P(D \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6}$$

$P(D \cup B) = \frac{4}{6}$ atau $\frac{2}{3}$

e. Peluang dua kejadian saling lepas

Dua kejadian dikatakan saling lepas jika kedua kejadian tersebut tidak dapat terjadi secara bersamaan

$$P\ (A\ \cup B) = \ P\ (A) + \ P\ (B)$$

Contoh soal: Misalnya ketika memilih bola secara acak dari keranjang yang berisi 3 bola biru, 2 bola hijau dan 5 bola merah, peluang mendapat bola biru atau merah adalah

Penyelesaian: $P(Biru \cap Merah) = P(Biru) + P(Merah)$

$$P(Biru \cap Merah) = \frac{3}{10} + \frac{5}{10}$$

$$P(Biru \cap Merah) = \frac{8}{10}$$

f. Peluang dua kejadian saling bebas

Kejadian A dan Kejadian B dikatakan kejadian saling bebas jika kejadian A tidak dipengaruhi oleh kejadian B atau sebaliknya maka berlaku:

$$P\ (A\ \cap B) =\ P\ (A) \times P\ (B)$$

Contoh soal: Ada dua kotak yang masing – masing memuat bola berwarna merah dan putih kotak I memuat 5 merah dan 4 putih serta kotak II memuat 6 merah dan 3 putih. Jika masing - masing kotak diambil 2 bola sekaligus, tentukan peluang terambilya 1 merah dan 1 putih pada kotak I dan 2 merah pada kotak II!

Penyelesaian: Misal A adalah kejadian pada kotak I yaitu terambil 1M dan 1P, akan diambil dua bola sekaligus dari kotak I yang terdiri dari 9 bola

$$n(s) =\ C_2^9 = \frac{9!}{7!\,2!} = \frac{9\ x\ 8\ x\ 7!}{7!\,2!} = 36$$

Terpilih 1 merah dari 5 merah dan 1 putih dari 4 putih

$$n(A) =\ C_!^5 x\ C_!^4 = \frac{5!}{4!\,1!}\ x\ \frac{4!}{3!\,1!} =\ 5\ x\ 4 = 20$$

Peluangnya adalah $P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

Misal B adalah kejadian pada kotak II yaitu terambil 2M akan diambil dua bola sekaligus dari kotak II yang terdiri dari 9 bola

$$n(s) = C_2^9 = \frac{9!}{7!\,2!} = \frac{9\ x\ 8\ x\ 7!}{7!\,2!} = 36$$

Terpilih 2 merah dari 6 merah

$$n(B) = C_2^6 = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6\ x\ 5\ x\ 4!}{4!2!} = 15$$

Peluangnya adalah $P(B) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

Maka peluang masing - masing kotak diambil 2 bola sekaligus, tentukan peluang terambilya 1 merah dan 1 putih pada kotak I dan 2 merah pada kotak II merupakan kejadian saling bebas sehingga berlaku

$$P\ (A\ \cap B) = P\ (A) \times P\ (B)$$

$$P\ (A\ \cap B) = \frac{5}{9} \times \frac{5}{12}$$

$$P\ (A\ \cap B) = \frac{25}{108}$$

Jadi peluang kejadian A dan kejadian B adalah $\frac{25}{108}$

g. Peluang dua kejadian tidak saling bebas (disebut juga peluang bersyarat)

Dua kejadian disebut kejadian bersyarat apabila terjadi atau tidak terjadinya kejadian A akan mempengaruhi terjadi atau tidak terjadinya kejadian B atau sebaliknya.

$$P\ (A\ \cap B) = P\ (A) \times P\ (B\ |\ A)$$

Contoh soal: sebuah dadu dilempar sekali tentukan peluang munculnya mata dadu genap dengan syarat munculnya kejadian mata dadu prima terlebih dahulu

Penyelesaian: Misal A adalah kejadian munculnya mata dadu prima

Ruang sampel: $s = \{1,2,3,4,5,6\}$, sehinga $n(s)$ = 6

A = {2,3,5}, sehingga $n(A)$= 3

Peluang kejadian A: $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Misal B adalah kejadian munculnnya mata dadu genap

B = {2,4,6), sehingga irisannya $A \cap B$ = {2}, dengan $n(A \cap B)$ = 1

Peluang kejadian $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(s)} = \frac{1}{6}$

Jadi, peluang munculnya mata dadu genap dengan syarat mmunculnya kejadian mata dadu prima lebih dahulu

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(B \mid A) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

peluang munculnya mata dadu genap dengan syarat mmunculnya kejadian mata dadu prima lebih dahulu adalah $\frac{1}{3}$

**REFERENSI**

Alimuddin, 2013. Materi Bimtek Profesionalisme Guru. SMA Matematika IPA. Jurusan Matematika FMIPA UNM Makassar.

Alimuddin, 2013. Materi Bimtek Profesionalisme Guru. SMA Matematika IPS Gabungan. Jurusan Matematika FMIPA UNM Makassar.